Synesis, v. 18, n. 4, 2026, ISSN 1984-6754
Universidade Catolica de Petropolis

HACIA UN LENGUAJE CON VARIABLES INDISCERNIBLES

TOWARDS A LANGUAGE WITH INDISCERNIBLE VARIABLES

Juan Pablo Jorge
Instituto de Filosofía Dr. Alejandro Korn, Facultad de Filosofía y Letras, Universidad de Buenos Aires, Argentina
jorgejpablo@gmail.com

Recibido: 03 Jul 2026
Aceptado: 15 Oct 2026
Publicado: 27 Nov 2026
Autor de correspondencia:
jorgejpablo@gmail.com

Resumen

Este artículo presenta los fundamentos básicos para sostener los lenguajes formales con sintaxis que admitan signos indiscernibles. Presentamos su motivación ontológica, proveniente de los entes sin identidad de la mecánica cuántica, y su formalismo básico. Se muestra una posible semántica para interpretar tales signos utilizando la teoría de casi-conjuntos sin átomos $\mathfrak{Q}^{-}$.

Palabras clave: Casi-conjuntos, lenguajes formales, indiscernibles, Lógica cuántica, Teorema de Kochen-Specker.

Abstract

This article presents the basic foundations for supporting formal languages with syntax that admits indiscernible signs. We present their ontological motivation, derived from the non-identity entities of quantum mechanics, and their basic formalism. A possible semantics for interpreting such signs is shown, using the theory of quasi-sets without atoms $\mathfrak{Q}^{-}$.

Keywords: Quasi-sets, formal languages, indiscernible, Quantum logic, Kochen-Specker Theorem.

© 2026 Juan Pablo Jorge. Publicado por Synesis, Universidade Católica de Petrópolis. Artículo de acceso abierto distribuido bajo la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0), https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/, que permite copiar y redistribuir el artículo, en cualquier medio o formato, sin fines comerciales, siempre que se dé crédito a los autores, se indique la publicación original en Synesis y no se distribuyan versiones modificadas. Los autores pueden poner el trabajo a disposición en repositorios y otros medios, con indicación de la publicación original en Synesis.

1. Introducción y fundamentos teóricos

Que la contradicción de Kochen-Specker (KS) pueda evitarse considerando que los proyectores del retículo cuántico compartidos por varios contextos no son idénticos, sino indiscernibles; sumado al hecho de que estos proyectores constituyen el lenguaje proposicional de la lógica cuántica estándar, nos lleva a considerar una lógica cuántica donde se admitan proposiciones genuinamente indiscernibles (de Barros et al., 2025; Jorge y de Barros, 2025). Esto implica la posibilidad de un lenguaje formal que admita fórmulas indiscernibles. Los primeros pasos en esta dirección fueron dados en Jorge (2026b) utilizando la teoría de casi-conjuntos sin átomos (Krause y Jorge, 2026). La existencia de fórmulas bien formadas indiscernibles, con su respectiva semántica asociada en $\mathfrak{Q}^{-}$, es una invitación directa a considerar mundos que difieran solo en la permutación de las fórmulas indiscernibles que validan. Estos mundos podrían ser llamados *mundos indiscernibles*. Utilizando la teoría de casi-conjuntos $\mathfrak{Q}^{-}$ pueden construirse estructuras que interpreten estos lenguajes con indiscernibles. Este artículo representa un paso en esta dirección: brinda fundamento (complementando lo presentado en Jorge, 2026b) para admitir la existencia de sintaxis que contemplen indiscernibles y presentar estructuras que doten de significado a los mismos.

1.1 Marco y estado de la cuestión

La Organización de las Naciones Unidas ha designado el año 2025 como el *Año Internacional de la Ciencia y la Tecnología Cuánticas*, con motivo del centenario de la formulación de la mecánica cuántica y en reconocimiento a su profunda influencia en el desarrollo científico, tecnológico y social. A pesar de un siglo de avances sistemáticos y de la obtención de innumerables resultados empíricos, la disciplina continúa enfrentando desafíos conceptuales y fundacionales de gran relevancia. Entre los problemas más significativos se encuentran la ausencia de una interpretación del formalismo cuántico que resulte ampliamente convincente para la comunidad científica. También, las persistentes dificultades asociadas al problema del límite clásico de la Mecánica Cuántica, que involucran dimensiones lógicas, matemáticas, ontológicas y mereológicas, dejan un debate aún abierto acerca del estatuto ontológico de los entes cuánticos. Estas cuestiones repercuten de manera directa en nuestra comprensión, diseño y desarrollo de las tecnologías cuánticas emergentes. En este contexto, la creciente consolidación de las tecnologías cuánticas exige un análisis lógico-formal que esclarezca sus fundamentos interpretativos y permita modelar rigurosamente

sus operaciones básicas.

Con el objetivo de abordar estas cuestiones, se han propuesto diversas alternativas teóricas, entre las que destacan: i) Sistemas formales no estándar, que abarcan desde teorías de conjuntos y sistemas lógicos hasta mereologías cuánticas (Jorge, 2026a), ii) Ontologías que van desde concepciones basadas en haces de propiedades o substratos con identidad individual a propuestas que niegan toda forma de identidad (Lombardi, 2023; Lombardi y Dieks, 2016), iii) Interpretaciones algebraicas, que retoman enfoques clásicos como los basados en particiones al estilo de Weyl (Ellerman, 2023), iv) Nuevos enfoques sobre el estatuto estadístico de las partículas cuánticas (Pasqualini, 2025), etc. La lista de propuestas continúa ampliándose, reflejando tanto la vitalidad del campo como la complejidad de los problemas que aún desafían la teoría cuántica.

Dada la extensa producción especializada en el ámbito, caracterizada principalmente por la ausencia de articulaciones explícitas entre sus componentes, resulta pertinente plantear la necesidad de destinar esfuerzos sistemáticos a la identificación de posibles vínculos entre las propuestas existentes. En este sentido, cabe preguntarse sobre: (i) la factibilidad de establecer relaciones entre determinadas semánticas desarrolladas en el ámbito cuántico y teorías de conjuntos inspiradas en la ontología correspondiente; (ii) la posibilidad de articular una ontología de propiedades cuánticas con un sistema axiomático capaz de dar cuenta de entidades genuinamente indiscernibles; (iii) de qué manera explorar las conexiones entre las diversas lógicas cuánticas; y (iv) cómo indagar sobre la relación entre la lógica formulada por Birkhoff y von Neumann y las semánticas no deterministas. Algunos avances en la dirección (i) fueron presentados en Jorge et al. (2023). En Krause et al. (2026) se muestran algunos desarrollos en la temática de (ii). Este trabajo representa una propuesta en tal dirección, constituyendo una ampliación de los desarrollos realizados en Jorge (2026b). Con respecto a (iii), existen pocos trabajos que relacionen diferentes sistemas lógicos para la cuántica. Muchos sistemas novedosos son presentados día a día, pero no hay un tratado sistemático sobre sus relaciones interteóricas. Lo relativo a (iv) puede encontrarse en Jorge y Holik (2020, 2022, 2023). Este artículo representa cierto avance en un tema transversal a los anteriores, se compromete con los lenguajes formales en los cuales se establecen los formalismos presentados. Presentamos vínculos entre los lenguajes formales, sus semánticas asociadas y la teoría de casi-conjuntos sin átomos. Por lo tanto, los avances logrados en esta dirección pueden repercutir directamente sobre todos los temas anteriormente nombrados.

1.2 $\mathfrak{Q}^{-}$: una teoría sin átomos

Las teorías de casi-conjuntos $\mathfrak{Q}$ y $\mathfrak{Q}^{-}$ son sistemas axiomáticos que extienden conservativamente la teoría estándar de conjuntos ZF (Krause, 1992; French y Krause, 2006; Krause y Jorge, 2026). La principal diferencia con ZF radica en su relación de indiscernibilidad. Esta relación, denotada por "$\equiv$", es una relación de equivalencia no congruente, es decir, una relación de equivalencia que no conserva todas las estructuras. Si x e y son entes indiscernibles ($x \equiv y$) y sabemos que uno de ellos pertenece al casi-conjunto z ($x \in z$), entonces podría pasar que el otro ente no pertenezca a tal casi-conjunto ($y \notin z$). Es justamente esta propiedad la que permite que $\mathfrak{Q}$ y $\mathfrak{Q}^{-}$ formen estructuras deformables o no rígidas, ya que '$\equiv$' permite definir un automorfismo no trivial de ambas teorías[1]. Por lo tanto, debido a que la indiscernibilidad no valida reemplazo de equivalentes, no colapsa a la identidad.

Para poder dar cuenta de entes genuinamente indiscernibles, debemos contar en ambos formalismos con alguna lógica no reflexiva. Esto es, ambas teorías cuentan con Lógica de primer orden (LPO) sin identidad en su metanivel. La fórmula '$x = y$' no será una fórmula bien formada, ya que no es aplicable a ciertos entes del dominio (los entes sin identidad o no individuos). De existir a nivel objeto una igualdad, esta debe ser definida (no primitiva) y las reglas que la definan delimitarán el alcance de la misma (ver definición 1-(v) de Holik et al., 2022). Para el objetivo del presente trabajo, solo importa la teoría sin átomos $\mathfrak{Q}^{-}$. Dejaremos al lector interesado los pormenores de la teoría con átomos, que se encuentran en la bibliografía ya citada, y nos centraremos en caracterizar mínimamente $\mathfrak{Q}^{-}$.

En el formalismo de $\mathfrak{Q}^{-}$, se postula la existencia de un universo $\mathfrak{B}$ (*Bereich*, según Zermelo) cuyos elementos son entidades de dos tipos: los *casi-conjuntos* y los *casi-cardinales* (*q-cardinales o qcardinales* indistintamente). Los conjuntos son casos especiales de casi-conjuntos para los cuales vale la Teoría Clásica de la Identidad (TCI). Pueden ser utilizadas dos tipos de variables "individuales": $x, y, z, \ldots$ para conjuntos y casi-conjuntos, pudiendo utilizarse predicados unarios S y Q para distinguirlos respectivamente, y $m, n, p, \ldots$ para los q-cardinales. Los conjuntos son casi-conjuntos, pero no vale la recíproca. Para los casi-conjuntos que no son conjuntos, no se aplica la TCI, sino una relación más débil, llamada *indiscernibi-*

[1]En términos estrictos, lo que queremos decir es que la función $I_a(x) := x \in \{a\}$ es un automorfismo trivial, ya que a cada elemento le asigna el mismo elemento. Esto es consecuencia directa de que los singuletes de ZF tienen un solo elemento, el propio a. Como en las teorías de casi-conjunto no puede garantizarse que el singulete fuerte $[a]$ tenga a a como su único elemento, no puede definirse un isomorfismo identidad de esa manera. Sin embargo, contamos con el isomorfismo (en realidad, q-isomorfismo) $h(x) \equiv x$, que no es trivial. Es en este sentido que decimos que la relación de indiscernibilidad es un automorfismo no trivial de estas teorías.

lidad. Esta noción es absolutamente general y puede aplicarse tanto a conjuntos como a casi-conjuntos. Para nosotros, es muy importante remarcar que $\mathfrak{Q}^-$ tiene (en su interpretación pretendida) un dominio que es isomorfo al dominio de ZF (por ejemplo, la jerarquía acumulativa de von Neumann). Hablando rápido, diremos que $\mathfrak{Q}^-$ guarda una copia interna de ZF. Esto es, $\mathfrak{Q}^-$ es una extensión conservativa de ZF (ZFC más precisamente). Por lo tanto, cuando consideramos solo entes con identidad, recuperaremos el dominio de la teoría de conjuntos estándar.

La teoría de casi-conjuntos sin átomos tiene axiomas separados en tres niveles: i) axiomas lógicos, pertenecientes a una formalización de la lógica de primer orden sin identidad, ii) axiomas para los casi-cardinales, que generan un dominio isomorfo a la aritmética de Peano y son utilizados para "contar" elementos de un casi-conjunto, iii) los axiomas propios de los casi-conjuntos, que permiten definir los análogos casi-conjuntistas de los pares ordenados, conjuntos potencia, funciones, relaciones, etc. Los detalles de tales axiomas pueden verse en Krause y Jorge (2026). Nosotros destacaremos que dentro de estos axiomas existe un axioma llamado *Axioma de extensionalidad débil* (AED), que al ser más débil que su análogo clásico de ZFC, no permite realizar pruebas como, por ejemplo, la de unicidad del conjunto vacío. Este axioma determina las condiciones bajo las cuales dos casi-conjuntos son genuinamente indiscernibles (no idénticos). Explicitaremos tal axioma, porque es de crucial importancia para los fines que perseguimos.

Las características básicas de los casi-conjuntos que son imprescindibles para este trabajo son: a) la existencia de casi-conjuntos indiscernibles, siendo la relación de indiscernibilidad una equivalencia no congruente b) que la teoría $\mathfrak{Q}^-$ constituye una extensión conservativa de ZFC, cuyos dominios de interpretación forman estructuras no rígidas (a diferencia de ZFC) y c) que las qfunciones, definidas dentro de este formalismo de forma análoga a ZFC, mandan elementos indiscernibles del dominio en elementos indiscernibles de la imagen.

[*Axioma de la Extensionalidad Débil*, AED]

$$\begin{aligned}\forall x\forall y\forall n\Big(((\forall z\in x/_{\equiv})(\exists w\in y/_{\equiv})(K(z,n)\rightarrow K(w,n))\wedge\\ \forall u\forall v(u\in z\wedge v\in w\rightarrow u\equiv v)\\ \wedge(\forall w\in y/_{\equiv})(\exists z\in x/_{\equiv})(K(w,n)\rightarrow K(z,n)\\ \wedge\forall u\forall v(u\in w\wedge v\in z\rightarrow u\equiv v)))\rightarrow x\equiv y\Big)\end{aligned}\tag{AED}$$

$K(z,n)$ expresa, utilizando la relación primitiva K, que el casi-conjunto z tiene n elementos. Existen axiomas que regulan el comportamiento de este

primitivo no lógico del sistema. Note el lector que si utilizamos la relación de identidad ($=$) en lugar de la relación de indiscernibilidad, entonces las clases de equivalencia de $x/_{\equiv}$ serán unitarias (lo mismo con $y/_{\equiv}$) y el axioma se reduce al Axioma de Extensionalidad de ZFC. En ese caso, $x \equiv y$ no es más que $x = y$. Este axioma dice que si los casi-conjuntos x e y tienen la misma cantidad (dada por q-cardinales) de elementos indiscernibles, entonces x y y son indiscernibles. El axioma AED permite probar lo que dijimos anteriormente, que todos los casi-conjuntos sin elementos son indiscernibles. La prueba es inmediata, recordando que el q-cardinal de esos q-conjuntos es $\overline{0}$.

1.3 Lenguajes formales

Lo presentado en esta sección sigue las líneas de Amor (2013). El objetivo es presentar algunas definiciones que, luego de justificar el uso de lenguajes formales indiscernibles, puedan ser generalizadas utilizando la axiomática de $\mathfrak{Q}^{-}$.

Definición 1 (Tipo o signatura de un lenguaje) *Un tipo o signatura es un conjunto ρ de símbolos tales que:*

$$\rho := (\bigcup_{n} R_n) \cup (\bigcup_{m} F_m) \cup C$$

, donde R_n denota un conjunto de símbolos relacionales de aridad n, F_m denota un conjunto de símbolos funcionales de aridad m y C, un conjunto de símbolos de constantes. Podemos suponer que tanto los conjuntos presentados como las uniones utilizadas son pertenecientes al formalismo de ZFC.

Definición 2 (Símbolos de un lenguaje de tipo ρ) *Los símbolos para construir expresiones de un lenguaje de tipo ρ, denotado por $\mathcal{L}_\rho$, son los siguientes*

i) v_i, v_j, v_k *variables.*

ii) $(,),$, *símbolos auxiliares.*

iii) $\neg, \vee$ *conectivos lógicos.*

iv) $\exists$ *cuantificador existencial.*

v) *Los símbolos de ρ*

Los símbolos $v_i, v_j, v_k, ...$ forman un conjunto. Es importante no confundir la variable con su símbolo o representación gráfica asociada. Los símbolos auxiliares también podemos considerarlos pertenecientes a un conjunto clásico.

Definición 3 (ρ-estructura para un lenguaje $\mathcal{L}_\rho$) *Una ρ-estructura $\mathfrak{U}$ para $\mathcal{L}_\rho$ es un par $\langle A, I\rangle$ tal que:*

i) $A \neq \emptyset$ *(A es un conjunto no vacío, el universo de la estructura).*

ii) $I : \rho \to A \cup [f : A^m \to A, 1 \leq m] \cup [\bigcup_n [P(A^n) : 1 \leq n]]$ *tal que para cualquier* $x \in \rho$*:*

- *Si* $x \in R_n$, $I(x) := x^{\mathfrak{U}} \subseteq A^n$.
- *Si* $x \in F_m$, $I(x) := x^{\mathfrak{U}} : A^n \to A$.
- *Si* $x \in C$, $I(x) := x^{\mathfrak{U}} \in A$.

Cuando no digamos lo contrario, supondremos que todos los conjuntos y funciones de las definiciones pertenecen al formalismo de ZFC.

Definición 4 (Asignación de variables) *Una asignación S para la ρ-estructura $\mathfrak{U}$ es una función $S : Var \to A$. Esto es,*

$$S \in [f : Var \to A].$$

Donde Var denota el conjunto de todas las variables.

> Existe al menos otra forma de presentar los lenguajes formales, que no hace foco en el concepto de variables. En lingüística formal (Gross y Lentin, 1976), puede definirse un lenguaje formal como un subconjunto del monoide libre sobre dicho alfabeto. Donde la operación del monoide es la concatenación de elementos del alfabeto. Este camino, como así también su motivación y fundamento, fue la tomada en Jorge (2026b). En el presente trabajo, hemos tomado una alternativa complementaria a la misma, tanto a la hora de justificar el uso de una sintaxis con indiscernibles como a la hora de definir lenguaje formal. Consideramos que estas posibilidades juntas consolidan un fuerte apoyo hacia el uso de estos nuevos lenguajes.

1.4 El apoyo teórico a los lenguajes con indiscernibles

Aunque en la práctica matemática cotidiana a menudo se identifican por convención y economía del lenguaje, una variable y el símbolo utilizado para denotarla no son lo mismo. El símbolo (o nombre de la variable) es la marca física o gráfica que escribimos (por ejemplo, x, y, α, β). Es un signo convencional. La variable (como concepto lógico/matemático) es un ente abstracto que representa un elemento de un conjunto (el dominio), que puede variar o ser desconocido. Su esencia es el papel que cumple dentro una expresión, ecuación o función. Esto es, su importancia es absolutamente relacional. El símbolo es el vehículo o representante que usamos para referirnos a la variable abstracta. En lógica y matemáticas, la conexión es tan estrecha que decimos "la variable x" para referirnos al concepto abstracto a través de su grafía más común.

En lógica matemática, se distingue cuidadosamente entre el símbolo, que forma parte del lenguaje formal, y la variable, como entidad semántica que puede ser asignada a valores. Esto es, si nos restringimos exclusivamente a lo formal, el concepto de variable no es verdaderamente representativo. Es por esto, que en textos de lingüística formal (Gross y Lentin, 1976), donde la parte semántica no es prioridad, se habla de signos, concatenación de signos del lenguaje, etc. No se hace mención explícita al concepto de variable. También en el famoso texto sobre conjuntos de Bourbaki (2004) pasa algo similar. La palabra 'variable' aparece por primera vez (fuera del índice) en la página 206 (capítulo III), es decir, luego de la introducción y del capítulo sobre matemática formal. Esto muestra los intereses sintácticos de la obra de Bourbaki.

Los tratados más formales de lógica matemática, como también el libro de Bourbaki, que tiene un enfoque absolutamente formal y sintáctico, en lugar de priorizar el concepto de variable, destacan conceptos como el de signo o letra, aclarando que cada vez que se expresen oraciones como 'la letra x' o 'la secuencia A' deben ser interpretadas como 'la letra denotada mediante x' o 'la secuencia denotada mediante A'.

Si solo estamos interesados en la sintaxis, confundir una variable (o letra) con su representación gráfica no genera mayores inconvenientes prácticos. Sin embargo, cuando comenzamos a pensar en las interpretaciones y cómo dar significado a las secuencias gráficas, comienza a ser más relevante esta diferencia. Podemos pensar a las variables como "lugares vacíos" que deben ser "llenados" por ciertos entes. Pero ese "llenado" se vincula con una interpretación y asignación de variables.

Cuando se desea realizar el puente con la semántica, a través del concepto de

interpretación o estructura, es cuando el concepto de variable pasa a ser menester. Sin embargo, como puede verificar el lector, tampoco es definido con mucho rigor. Más bien, se lo caracteriza a través de condiciones que se establecen entre la sintaxis y la semántica, para el cual es crucial el concepto de *asignación de variables*. Mediante esta función es que cada variable toma un valor dentro de un dominio dado, que suele ser un conjunto, pero que para nuestros fines puede ser un casi-conjunto.

Si admitimos conceptos indiscernibles (en breve justificaremos esto), podemos asociarles variables indiscernibles, con sus respectivos símbolos indiscernibles. A un concepto abstracto, como por ejemplo la *energía* (Propiedad tipo Universal en la Interpretación Modal Hamiltoniana (IMH)), se le pueden asociar propiedades de nuestro sistema, por ejemplo *tener energía 5J* (En la IMH, Propiedad caso universal) y viceversa. Los conceptos y las propiedades vienen íntimamente relacionados. Por lo tanto, teorías que den fundamento a propiedades indiscernibles, como lo es la Interpretación Modal Hamiltoniana, que describiremos mínimamente en breve, pueden servir de motivación para el uso de variables indiscernibles.

Para que la propuesta de presentar lenguajes formales que admitan variables indiscernibles sea plausible, nos proponemos:

i) Dar argumentos que muestren que la existencia de signos gráficos indiscernibles es una posibilidad lógica. Esto es, en principio, ninguna cuestión estrictamente lógica lo prohíbe. A variables indiscernibles corresponden signos gráficos indiscernibles. Esto aborda la cuestión netamente sintáctica.

ii) La posibilidad filosófica de la existencia de conceptos indiscernibles, vinculados directamente al concepto de variable indiscernible.

iii) Una caracterización semántica que involucre variables de no individuo, que converja a la caracterización estándar cuando todas las variables consideradas son variables con identidad.

Mediante la función de asignación, estas variables pueden tener asignados valores también indiscernibles. Por lo tanto, no existe ninguna objeción fundamental a contar con lenguajes formales con indiscernibles. Símbolos indiscernibles se vinculan a variables indiscernibles y estas, a través de la qfunción de asignación, tienen asociados valores indiscernibles dentro del dominio de una estructura, que en nuestro caso pertenecerá al formalismo casi-conjuntista de $\mathfrak{Q}^{-}$.

1.4.1 La Interpretación Modal Hamiltoniana de la Mecánica cuántica (IMH)

La Interpretación Modal-Hamiltoniana de la mecánica cuántica (Lombardi y Castagnino, 2008; Lombardi, 2025), caracterizada por su ontología de propiedades no individuales, ofrece, entre otros, una solución conceptualmente consistente y físicamente coherente al problema de la medición cuántica. Otorga al hamiltoniano del sistema un papel central en la determinación de los observables con valores definidos (base privilegiada), evitando algunas dificultades que enfrentan otras interpretaciones ante las mediciones no ideales. Recientemente, se ha enriquecido con un metalenguaje acorde a su ontología, aportado por la teoría de casi-conjuntos sin átomos (Krause et al., 2026). Estos trabajos han colaborado a vincular tanto lógica como ontológicamente estas teorías. Un claro ejemplo del aporte que los formalismos lógicos-conjuntistas pueden hacer a nivel de la ontología de las teorías cuánticas. En la misma dirección, apunta la propuesta del presente trabajo sobre los lenguajes formales con indiscernibles: lograr un lenguaje que sea más natural a ciertas teorías que se comprometan con ontologías de no individuos o entes sin identidad. Esto es, buscamos mantener, dentro de nuestras posibilidades, una concordancia de niveles entre la ontología, la teoría física, su formalismo matemático y su lenguaje lógico subyacente.

Las interpretaciones modales de la mecánica cuántica distinguen el ámbito de la posibilidad, donde el estado dinámico determina lo que podría ser el caso, del ámbito de la realidad, donde el estado de valor representa lo que realmente es el caso. Como es sabido, el estado cuántico puede interpretarse como una función probabilidad que asigna valores definidos de los observables. Esto es, centrándose en el concepto de probabilidad y restándole importancia al concepto de posibilidad. Sin embargo, si la probabilidad se concibe en algún sentido como una medida de posibilidad, las modalidades deben tenerse en cuenta en las discusiones interpretativas (Lombardi y Dieks, 2016). Se han propuesto muchos sistemas diferentes de lógica modal para este propósito, siendo la mayoría extensiones de la lógica estándar. Por esta razón, no es fácil aplicar tales sistemas modales a la mecánica cuántica, donde las proposiciones no forman una estructura booleana, sino una red no distributiva. En Lombardi et al. (2025), pueden verse los primeros pasos hacia el desarrollo de una nueva lógica modal adaptada para describir una modalidad posibilista en una ontología de propiedades.

Describimos ahora (figura 1) las principales características del formalismo algebraico de la IMH, al lector interesado en una descripción más detallada, le

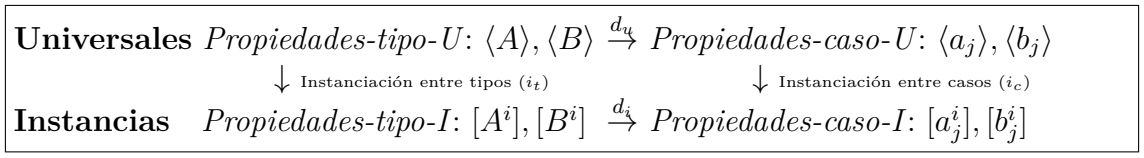

Figura 1: Esquema de propiedades de IMH. d_u y d_i denotan las *determinaciones* a nivel de universales e instancias respectivamente. Esto es, relaciones que a cada propiedad-tipo-U/I, le asignan sus determinaciones.

recomendamos Krause et al. (2026).

- El término 'observable' es utilizado por los físicos para denotar ciertas magnitudes cuantificables de relevancia física, que están representadas matemáticamente por operadores hermíticos. En términos ontológicos, corresponden a la categoría de propiedad. Distinguiremos entre *propiedades-tipo universal* (*propiedades-tipo-U*) e *instancias de propiedades-tipo universal* (*propiedades-tipo-I*). Las contrapartes ontológicas de las magnitudes físicas generales son las propiedades-tipo-U, y la de los observables son las propiedades-tipo-I. Las propiedades-tipo-U suelen denotarse por $\langle A\rangle$ y por $[A]$ las propiedades-tipo-I. Un ejemplo de propiedad-tipo-U es la energía $\langle H\rangle$, que puede ser instanciada como la energía de cierto sistema particular S mediante $[H]$.

- Dado que un observable físico es una magnitud cuantificable, tiene valores posibles, que están representados matemáticamente por los valores propios del operador hermítico correspondiente. La contraparte ontológica son las *propiedades caso posible* o, indistintamente, *propiedades caso instanciada* (*propiedades-caso-P* o *propiedades-caso-I*) de la correspondiente propiedad-tipo-I. Dada una propiedad-tipo instanciada $[A]$ de una propiedad-tipo universal $\langle A\rangle$, simbolizamos sus propiedades-caso posibles por $[a_i]$. Siguiendo con el ejemplo anterior, podemos hablar de las propiedades-caso-I $[\omega_i]$ (espectro energético) de la energía $[H]$ de un sistema particular S, donde $[H]$ es una propiedad-tipo-I de la propiedad-tipo-U energía $\langle H\rangle$.

- En este nivel, es necesario distinguir entre lo que denominaremos *propiedad caso universal* (propiedad-caso-U) y sus instancias, propiedades-caso-I. Si $\langle A\rangle$ es una propiedad-tipo-U, por ejemplo $\langle Color\rangle$, y a es una determinación posible de *Color*, por ejemplo *rojo*, denotaremos una propiedad-caso-U (que es una determinación de su correspondiente universal) mediante $\langle a\rangle$, en este caso $\langle rojo\rangle$. Otro ejemplo: la propiedad tipo universal $\langle H\rangle$ (energía) tiene como instancia particular la propiedad tipo instanciada $[H^i]$ (hamiltoniano de un electrón del átomo de Helio o de un sistema de dos electrones entrelazados)

y como una posible determinación la propiedad caso universal $\langle \omega_i \rangle$, esto es, $\langle 5J \rangle, \langle 6J \rangle$, etc. A su vez, estos últimos pueden instanciarse, es decir, los $5J$ de esta pelotita que tengo en mi mano o los $5J$ de aquella piedra que cae por el acantilado. Rojo, Verde, Azul, etc. son propiedades-caso-U de la propiedad tipo universal *Color*; Esférico, Cúbico, Piramidal, etc. son propiedades-caso-U de la propiedad-tipo-U *Forma*.

- Los físicos suponen implícitamente que cada observable no puede tener más de un valor a la vez. El valor efectivo adquirido por un observable no tiene representación matemática directa: no existe una forma de distinguirlo del resto de valores en términos formales. Pero, ontológicamente, es relevante enfatizar que, dada una propiedad-tipo-I $[A]$ de una propiedad-tipo-U $\langle A \rangle$, *no más de una* de sus propiedades-caso-I $[a_i]$ puede actualizarse. Denotaremos al único valor actualizado, *propiedad-caso actual* como $[\mathbf{a}_k]$. En nuestro ejemplo, $[\omega_k]$ es el valor efectivo de la energía $[H]$ del sistema particular S.

- Dado que en el formalismo algebraico de la mecánica cuántica un sistema cuántico S está representado matemáticamente por un álgebra de observables, su contraparte ontológica es un *paquete* (o haz) $\mathcal{B} = \{[A], [B], [C], \ldots\}$[2] de propiedades-tipo-I $[A], [B], [C], \ldots$ de las correspondientes propiedades-tipo-U $\langle A \rangle, \langle B \rangle, \langle C \rangle, \ldots$

- El concepto físico de estado está representado matemáticamente por un funcional en el espacio de observables. Debido a su naturaleza probabilística, el estado de un sistema S codifica las propensiones ontológicas a la actualización de todas las propiedades-caso-P de las propiedades-tipo-I pertenecientes al paquete $\mathcal{B}$, contraparte ontológica de S.

Dicho esto, podemos preguntarnos *¿por qué la IMH da fundamento para las variables y conceptos indiscernibles?* Como ya dijimos, tener una teoría que permita trabajar con propiedades genuinamente indiscernibles y su formalismo asociado, nos habilita también a trabajar con los conceptos (universales o instanciados) asociados a estas propiedades. La propiedad del sistema cuántico *S tener 5J de energía* no tiene ningún sentido si no tenemos el concepto de energía a disposición. Una ontología de propiedades genuinamente indiscernibles está directamente ligada a sus correspondientes conceptos indiscernibles. Sería muy artificial, o hasta incorrecto formalmente, trabajar con propiedades sin identidad y conceptos que la posean.

[2]Este haz de propiedades está en el formalismo de casi-conjuntos.

El tema metafísico es muy delicado y no constituye el objeto del presente artículo indagar sobre estas cuestiones, así que continuaremos el análisis en la dirección señalada.

Comenzamos nuestra introducción destacando que la paradoja KS puede ser evitada si los proyectores del retículo cuántico asociados con contextos incompatibles son considerados entes sin identidad, en vez de objetos individuales. Es decir, si los proyectores asociados, por ejemplo, a la energía son indiscernibles y no idénticos cuando estamos en dos contextos caracterizados por observables que no conmutan, entonces no se puede derivar la famosa contradicción. Por lo tanto, los proyectores del Hilbert podrían ser considerados como entes sin identidad. Esto es de hecho una posibilidad lógica. Los primeros pasos para formalizar estas ideas y relacionarlas con los espacios de Hilbert fueron dados en de Barros et al. (2025) y Holik et al. (2025). De esta forma, obtenemos otro camino hacia las propiedades indiscernibles, ya que los proyectores, que forman el lenguaje proposicional de la lógica cuántica, representan propiedades de los sistemas cuánticos. Nuevamente, si a estos proyectores/propiedades le asociamos sus correspondientes conceptos físicos, llegamos a lo deseado. Sostenemos que tanto la visión no individual de la lógica cuántica, basada en proyectores del Hilbert sin identidad, como también la IMH brindan el fundamento físico necesario para los objetivos perseguidos.

Pensemos un ejemplo que pueda ayudar. Consideremos la fórmula $A = b.h/2$. Esto es, la expresión que vincula el área de un triángulo euclídeo con su altura y base. Cuando decimos 'la longitud de la base de un triángulo' (o 'el valor de masa de un cuerpo') estamos refiriendo a una propiedad-tipo universal, instanciada en cierto triángulo (o cuerpo) particular, que tiene muchos valores, o sea, muchas propiedades-caso instanciadas en el triángulo (o en el cuerpo). La propiedad-caso que este triángulo tiene es, digamos, '$5cm$ de longitud de su base', que es una instancia de la propiedad tipo universal de 'tener $5cm$ de longitud en su base'.

La pregunta es a qué refiere la variable b. Si su referencia es una constante, entonces refiere a la propiedad-caso, con el valor preciso de 5 cm. Si refiere a una variable, entonces es la propiedad-tipo 'longitud de la base de un triángulo'. ¿Pero es el universal o la instancia? Consideramos que lo más general (y en concordancia con las matemáticas) es que la variable b denote el concepto universal, y sus instancias, base de este triángulo particular, sean denotadas por los símbolos 'b_1', '**b**', etc. que se use en cada cálculo particular de cada triángulo. Como ya dijimos, la característica principal del concepto de variable es su aspecto relacional dentro de la fórmula y que puede ser considerado como un lugar a llenar por cada asignación. Por lo tanto, al margen del signo gráfico que utilicemos para denotarla, lo que importa es qué rol

toma dentro de cada expresión.

Sabemos que tener 5m de largo es una propiedad universal, que podemos denotar por A, que se instancia muchas veces, esto es, '$A_1 : 5m$ en este haz de propiedades u objeto', '$A_2 : 5m$ en aquel bundle u objeto', etc. Entonces, estamos usando la misma constante A para designar todas las instancias indistinguibles. Uno podría decir que ese es un abuso notacional, y que habría que usar diferentes constantes A_1, A_2, etc. para las instancias indistinguibles, que denotarían realmente universales indistinguibles. Pero lo que consideramos más adecuado es usar constantes indiscernibles A_i, A_i, A_i para sus correspondientes instancias indiscernibles. Consideramos el tema delicado y dejamos abierta la discusión metafísica por el momento. Lo que nos interesa es que esto último no puede ser descartado como posibilidad lógica.

Tanto los argumentos presentados arriba como la IMH son compatibles con considerar que las variables, consideradas como conceptos abstractos, están asociadas a propiedades-tipo universal, que a su vez se instancian en cada caso produciendo propiedades tipo-instanciadas. Estas últimas son las que admiten indiscernibles a nivel cuántico. Es un tema de discusión actual si las propiedades-tipo universales pueden ser consideradas también indiscernibles y no idénticas. Esto es, qué argumentos lógicos y ontológicos podemos encontrar para argumentar a favor de los universales sin identidad. Es decir, para argumentar que el universal 'Forma' no es uno, sino que admite indiscernibles (no ya sus instancias, sino el propio universal). Este tema de índole absolutamente metafísica de los universales se encuentra fuera del alcance de nuestro trabajo, pero es una posibilidad lógica que puede ser apoyada en el formalismo casi-conjuntista (Krause et al., 2026). Lo pertinente para nuestro desarrollo es que estemos justificados a la hora de hablar de conceptos indiscernibles, que se asocian con variables indiscernibles, ya sean estos conceptos los universales o sus instancias. Las variables indiscernibles forman el último nivel de abstracción que nosotros queremos fundamentar en base a las ontologías de propiedades no individuales y los retículos de proyectores sin identidad. Más allá de este concepto lógico-matemático, dejamos la cuestión para los metafísicos especializados.

Por lo tanto, contar con lenguajes que admitan variables indiscernibles no solo es una posibilidad lógica, sino que además estaría justificado por ciertas teorías y formalismos inspirados en la ontología cuántica. A partir de ahí, el camino es claro: a variables indiscernibles le corresponden signos gráficos indiscernibles y qfunciones de asignación de variables, que mandan indiscernibles en indiscernibles. Punto final. Todas las estructuras semánticas pueden ser generalizadas de forma conservativa utilizando el formalismo de $\mathfrak{Q}^{-}$. De esta manera, garantizamos recuperar todas las semánticas estándar, sea para la lógica clásica como para cualquier lógica divergen-

te, al colapsar todas las estructuras casi-conjuntistas a sus correspondientes copias isomorfas a ZF. La virtud de esta ampliación es que podemos brindar semánticas de forma más natural a lenguajes que, para mantener concordancia con la ontología, admitan signos indiscernibles en su sintaxis. Extendemos la concordancia de niveles al nivel del lenguaje formal y su sintaxis sin perder la posibilidad de retornar al hogar cuando lo consideremos necesario.

1.5 Una analogía

Consideremos la siguiente analogía o experimento mental. Supongamos tener dos cajas clásicas, o dos cavidades genéricas que puedan contener entes. Es decir, dos cavidades con identidad. Supongamos además que las mismas están embebidas en un baño de entes sin identidad de la misma clase, como podrían ser electrones. Cada caja dispone de un detector que, al activarse, nos informa que tenemos algún electrón dentro de la caja. Las cajas podrían estar cerradas, pero sabemos que existe cierta probabilidad de que algún electrón del baño aparezca dentro de alguna de ellas[3].

Si el detector de una de las cajas nos informa que hay un electrón dentro, entonces lo que sabemos es que dentro de esa caja específica (que no puede confundirse con ninguna otra, por tener identidad) hay un electrón[4]. Pero como al electrón lo consideramos un ente sin identidad (o no individuo), no tiene sentido decir qué electrón del baño es. Solo tiene sentido para nosotros decir que tenemos un electrón cualquiera del baño, ya que son genuinamente indiscernibles. El electrón de la caja, a pesar de no tener identidad, está momentáneamente individualizado, como estuvo en su momento Priscila (Krause, 2011). En consecuencia, tenemos una caja con identidad que guarda un ente sin identidad (electrón cualquiera). Darle identidad al electrón por tenerlo encerrado en la caja es un error análogo al del experimento de Priscila. Lo que se está identificando es una región determinada del espacio, con un nombre que puede ser caja 1 o Priscila, que contiene un electrón cualquiera indiscernible de todos los demás. Esto es, tenemos una región del espacio con identidad que contiene un ente sin identidad.

Consideremos ahora la siguiente variación del experimento. Vamos a considerar dos clases de cajas, donde cada una pueda tener muchas indiscernibles. Podríamos tomar un baño de cajas para cada una de las clases. Cada clase admite muchos

[3]Este problema se puede variar de diferentes maneras, por ejemplo para adaptarse a lo mostrado en https://www.youtube.com/watch?v=Y9ScxCemsPM.

[4]Consideramos que es uno solo, porque a los propósitos del experimento, no afecta nuestra conclusión que haya más. Además, la probabilidad de encontrar más que uno es mucho menor. También estamos suponiendo que el detector funciona bien y que no existen efectos de cuantos de excitación a distancia al estilo mecánica bohmiana.

indiscernibles, pero entre los representantes de cada clase son discernibles (como lo son los electrones y positrones). Por lo tanto, tomamos dos cajas que admiten indiscernibles, dentro un baño de cajas sin identidad que incluye cajas de ambas clases. Estas clases/cajas podrían ser orbitales $1s$ de átomos de helio e hidrógeno. Supongamos, como antes, que las cajas pueden tener dentro algún electrón y que exista alguna manera de que nosotros lo sepamos. También podríamos contar con alguna manera efectiva de introducir nosotros los electrones en la caja (por ejemplo, utilizando tecnologías de efecto túnel). Analicemos ahora qué pasa cuando una caja declara tener un electrón. Lo que tenemos es una caja sin identidad, indiscernible de cualquiera del baño de su clase, con un electrón cualquiera dentro, también indiscernible de cualquiera de los electrones del baño. En principio, esta situación podría codificar mucha menos información que el caso anterior, ya que antes sabíamos exactamente qué caja contenía un electrón y ahora solo sabemos que una caja cualquiera (de cierta clase) tiene un electrón. Sin embargo, si exigiésemos una regla adicional como la siguiente, la cuestión podría cambiar.

> **Regla adicional**: si una caja de una clase tiene un electrón del baño (o cualquier otro ente sin identidad), entonces cualquier caja indiscernible de esta también tiene un ente indiscernible del de la primera caja.

Esto es equivalente, en términos matemáticos, a tener qfunciones cuyos dominios sean las clases de las cajas (casi-conjuntos formados por las cajas de clase 1 o 2) y sus codominios sean los electrones del baño. A elementos indiscernibles del dominio le corresponden elementos indiscernibles del codominio. Esto es, pedimos qfunciones de asignación de electrones en cajas sin identidad. Si tenemos esto, el resultado ya no cambia tanto, porque cada caja de la clase de la que haya detectado un electrón, tiene un electrón indiscernible. Lo que a efectos prácticos es idéntico a tener el caso anterior. Las cajas indiscernibles de nuestra analogía representan las variables indiscernibles, consideradas como *lugares* a llenar, y los electrones o entes cuánticos sin identidad están ocupando el lugar de los entes de la estructura casi-conjuntista que toman como valores tales variables. La qfunción considerada en la **Regla adicional** representa la qfunción de asignación de variables. Así como no existe ningún impedimento ni físico ni lógico que prohíba tener la situación presentada con las cajas, tampoco existirá impedimento lógico para contar con variables indiscernibles.

2. Posibles lenguajes formales con indiscernibles

El objetivo de esta sección es problematizar y reflexionar acerca de los nuevos lenguajes presentados. No podemos dar una presentación exhaustiva y cerrada de los mismos. Al ser un tema que recién comienza a ser explorado, nuestro objetivo es dar los primeros pasos y dejar abiertas varias cuestiones de importancia. Por ejemplo, no podemos tratar ahora de forma rigurosa la cuestión de la cuantificación en variables indiscernibles. Este es un tema de vital importancia para nuestras reflexiones, pero deberá ser postergado por el momento.

Consideremos un lenguaje formal con variables indiscernibles de forma tal que a variables indiscernibles le correspondan, a través de qfunciones de asignación, entes indiscernibles (de algún dominio de interpretación). Esto es, con funciones de asignación de variables que sean qfunciones del formalismo de $\mathfrak{Q}^{-}$. Como ya dijimos, las primeras razones a favor de lo anterior fueron presentadas en Jorge (2026b)[5] y acabamos de presentar razones complementarias para el mismo objetivo.

Alguien podría decirnos *No entiendo bien a qué te refieres con "variables indiscernibles". Para mí, los que pueden ser indiscernibles son los objetos a los que se aplican las variables.* Coincido en que, a partir de las formulaciones de las teorías de casi-conjuntos (en todas sus versiones), queda claro que el concepto de indiscernibilidad puede ser aplicado a dominios que forman parte del recorrido de las variables. Pero ahora analicemos la siguiente pregunta: *¿existe algún impedimento lógico para que este concepto sea también aplicado a ciertos entes llamados variables?, ¿cuál?* Nuestro espíritu hilbertiano nos lleva a argumentar que si no existe ningún impedimento lógico, entonces tal opción debe ser considerada. Y es eso lo que se presenta en este artículo. Aplicar la indiscernibilidad a nivel del lenguaje objeto significa trabajar en el metanivel, pero esto es algo permitido. Es decir, si la indiscernibilidad, en vez de ser aplicada solo al dominio de la estructura casi-conjuntista que interpreta nuestro sistema, permitimos que se aplique también en la metateoría, obtenemos lo deseado: una sintaxis que admite signos genuinamente indiscernibles sin que sean el mismo. Esta transición es tan natural como la de aplicar la indiscernibilidad a las funciones o relaciones que aplican sobre cierto dominio de entes cuando la misma ya es aplicada a estos entes. Pasamos de tener la indiscernibilidad solo para los entes del dominio de una estructura, a tenerla también para las funciones de interpretación de variables, que son de crucial importancia para estas estructuras. No vemos cuál puede ser el impedimento lógico de lo anterior. Esta posibilidad lógica merece ser

[5]En el artículo citado, se utilizan lenguajes formales caracterizados como subconjuntos del monoide libre de un alfabeto y la aplicación *concatenación de palabras*.

explorada.

Consideremos la reflexividad de una relación R, expresada a través de $\forall x\,(xRx)$. Las 'x' vinculadas por la relación no son ya dos instancias de la *misma* variable, ya que no contamos con la identidad en este nivel, sino dos variables indiscernibles y R es un símbolo de relación asignado a una relación que, por pertenecer al marco formal de $\mathfrak{Q}^{-}$, puede admitir indiscernibles. Esto es, también podríamos asociar símbolos indiscernibles a las relaciones que sean indiscernibles de R[6].

Por ejemplo, si tomamos la expresión '$x \equiv x$', las dos variables que aparecen son ahora genuinamente indiscernibles, no ya la misma variable. Que luzcan idénticas es una limitación empírica inevitable de las grafías genuinamente indiscernibles. Analicemos ahora el significado de tal expresión. Con esta sola expresión en un lenguaje con indiscernibles, *podríamos* expresar que todo el dominio de indiscernibles asociado con las variables indiscernibles de x están relacionados. Es decir, que todos los entes de una cierta clase están relacionados entre ellos, sin necesidad de decir que cada ente está relacionado consigo mismo. Analicemos un poco mejor esto.

Consideremos la siguiente expresión en un lenguaje clásico (sin indiscernibles en su sintaxis):

$$\forall x\,\forall y\,(x \equiv y \rightarrow R(x,y))$$

Debido a la expresión '$x \equiv y$', las variables tomarán valores indiscernibles del dominio de interpretación (qset de $\mathfrak{Q}^{-}$)[7]. Por lo tanto, si contáramos con un lenguaje que admita variables indiscernibles y qfunciones de asignación de variables, que a elementos indiscernibles del dominio asignan elementos indiscernibles de la imagen, podríamos lograr un significado equivalente a efectos prácticos utilizando la expresión siguiente:

$$\forall x\,R(x,x) \tag{1}$$

En esta expresión, las x vinculadas por la relación son indiscernibles (no idénticas) y las qfunciones de asignación mandarán a entes indiscernibles las variables indiscernibles. Con R se está denotando, en esta última fórmula, cualquiera de las relaciones que sean indiscernibles de la relación R dada en la expresión clásica. Esto es, la relación clásica R viene representada de forma conjuntista por el dominio

[6]De esta manera, se evita el problema "la misma" variable que refiere "al mismo" ente, problema que algunos autores consideran un punto débil de la descripción casi-conjuntista de la reflexividad.

[7]Las funciones de asignación que no otorguen valores indiscernibles a las variables x, y verificarán trivialmente la fórmula. Como al pasar a las qfunciones de asignación de $\mathfrak{Q}^{-}$, las mismas mandan indiscernibles en indiscernibles, para tener valuaciones que no asignen valores indiscernibles a las variables, debemos emplear variables que sean discernibles.

isomorfo a ZF que $\mathfrak{Q}^{-}$ guarda en su interior. Las relaciones indiscernibles de la R clásica vienen denotadas por símbolos indiscernibles, que lucen idénticos a efectos prácticos, pero que están representados en el formalismo por qsets puros indiscernibles de su análogo clásico (que no pertenecen al dominio isomorfo a ZF). Esto es, la expresión anterior podría interpretarse en una estructura casi-conjuntista como:

Todos los entes que puedan ser valores de la variable x están relacionados con todos los entes que son posibles valores de las variables indiscernibles de x.

Esta es una forma *débil* de reflexividad que no recurre a ningún tipo de identidad, ni dentro del lenguaje formal ni en su interpretación. La interpretación anterior puede expresarse equivalentemente como:

Todo ente está relacionado con cualquier ente indiscernible de él.

Esta nueva forma de interpretar la reflexividad podría llamarse q-reflexividad y es perfectamente consistente con las necesidades de la cuántica. Para la cuántica, no es necesario que un ente se relacione "consigo mismo"(al estilo designador rígido). A todo efecto práctico, alcanza (aunque no es necesario) con que los entes del mismo tipo estén todos relacionados entre ellos. Que todos los electrones sean indiscernibles no implica (sin el concepto de identidad) que cada electrón sea indiscernible de sí mismo. Por lo tanto, no es necesaria la identidad para expresar, dentro de este nuevo formalismo con *lenguaje indiscernible*, que todos los entes del mismo tipo se vinculan a través de cierta relación.

Analicemos qué vínculo guardan las interpretaciones, dentro de una estructura con indiscernibles, las expresiones estándar siguientes:

$$\forall x \forall y \, (x \equiv y \rightarrow R(x,y)) \quad ; \quad \forall x \exists y \, (x \equiv y \rightarrow R(x,y))$$

Las expresiones anteriores son en lenguaje estándar, comencemos con la primera. Como la condición debe cumplirse para todo x e y, particularmente vale cuando la función de asignación otorga a la variable y el *mismo* valor (para el caso alcanzaría indiscernible) que a la variable x. En tal caso, la condición $x \equiv y$ se cumple trivialmente y la expresión $R(x,y)$ toma el mismo valor que $R(x,x)$. Por lo tanto, esta expresión del lenguaje estándar (por ejemplo, del lenguaje de la lógica de primer orden con identidad) implica la reflexividad de la relación R. Si generalizamos esta expresión, de forma conservativa, en un lenguaje que admita indiscernibles en su sintaxis, también implicará la reflexividad de la relación R. Es decir, si aho-

ra tomamos un lenguaje con variables indiscernibles y generalizamos la expresión anterior de forma tal que al quedarnos solo con las variables que tienen identidad recobremos el significado estándar, obtendremos una nueva expresión que implica la reflexividad de R. Esta nueva expresión podría considerarse una reflexividad generalizada o q-reflexividad. El candidato natural para la expresión buscada en un lenguaje con indiscernibles es:

$$\forall x \forall x \, R(x, x)$$

, donde la información dada por el antecedente de la implicación original, viene ahora codificada en la propia indiscernibilidad de las variables, y en el uso de qfunciones de asignación de variables. Hay que destacar que, al no ser ya estas variables individuos con identidad, los dos cuantificadores universales no pueden considerarse el mismo. Esto es, esta sintaxis no considera que los dos cuantificadores de tal expresión estén repetidos. Sin embargo, la cuestión de si '$\forall x R(x, x)$' tiene o no variables ligadas es un poco más sutil. Al no ser ambas x dos ocurrencias de una misma variable, no queda del todo claro si la expresión tiene o no variables libres. Podrían ser consideradas variables libres dentro del margen permitido por la indiscernibilidad. Es decir, libres dentro de cierta partición generada por la relación de equivalencia. Consideramos que un paso natural en esta dirección es dar un tratamiento formal riguroso de los cuantificadores de los lenguajes con indiscernibles. Como este tema merece mayor detenimiento y no es el foco de nuestra cuestión, lo dejaremos por el momento para ser desarrollado en un futuro cercano. Sin embargo, puede comprobarse que la interpretación de esta expresión es la misma que la de la fórmula '$\forall x \, R(x, x)$'. Esto es una consecuencia directa de la simetría y transitividad de la relación de indiscernibilidad, sumado a que la asignación de variables es a través de qfunciones.

Como vimos, el significado de esta fórmula es que todo ente se relaciona con cualquier otro ente indiscernible. O dicho de otro modo, que todos los entes indiscernibles están relacionados entre sí. Lo que nos lleva *casi* a la existencia de una partición del dominio de tales entes sin necesidad de la identidad. Lo llamativo de este argumento es que queda *sugerida* tal estructura sin que hayamos considerado aún la simetría y la transitividad de R de forma explícita (salvo por la equivalencia recién nombrada).

Pasemos ahora a analizar la expresión clásica '$\forall x \exists y \, (x \equiv y \rightarrow R(x, y))$'. Que expresa que *todo ente admite uno indiscernible que está relacionado con él*[8]. La

[8]Estamos considerando que, en nuestro dominio de variables, toda variable admite al menos otra variable indiscernible (algo que puede asegurarse dentro del formalismo casi-conjuntista).

expresión natural para reemplazar esta fórmula en nuestro *nuevo lenguaje* es

$$\forall x \exists x \, R(x, x).$$

Esta fórmula expresa que *todo ente admite indiscernibles suyos que se relacionan*. En el caso límite esos indiscernibles pasan a ser el mismo x y la fórmula implica reflexividad.

Analicemos ahora la siguiente expresión:

$$\forall_{in} x \, R(x, x) \Rightarrow \forall x \, [x, x] \in R \Rightarrow \forall x \, (x, x) \in R \tag{2}$$

La primera fórmula de la cadena está expresada en un lenguaje con indiscernibles y con metateoría en $\mathfrak{Q}^-$. Para diferenciarla, introdujimos el subíndice 'in', por *indiscernibles*, en el cuantificador. La fórmula del medio está en $\mathfrak{Q}^-$ estándar, con metalenguaje clásico, y la expresión de la derecha está expresada dentro de la parte clásica de $\mathfrak{Q}^-$ (ZF).

Cuando restringimos el dominio de las qfunciones de interpretación de variables para que colapse a la copia interna de ZF, es decir, cuando nos quedamos solo con variables con identidad, la primera fórmula de la cadena se transforma en una expresión estándar de $\mathfrak{Q}^-$, $\forall x \, R(x, x)$, que expresa la reflexividad de R. Tal expresión está en un lenguaje clásico de primer orden sin identidad a nivel de los dominios de las estructuras que lo interpretan. Esto es, hemos recuperado identidad a nivel de las variables del lenguaje objeto, pero seguimos con dominios de indiscernibles a nivel de las estructuras conjuntistas. Esta fórmula significa, de forma casi-conjuntista, $\forall x \, [x, x] \in R$, que es la segunda fórmula de la cadena en cuestión. De esta manera, queda expresada en ese formalismo la reflexividad de esta relación. Si ahora también colapsamos el dominio de la estructura casi-conjuntista a su copia isomorfa a ZF, quedándonos solo con los entes con identidad (individuos), entonces recuperamos una expresión análoga a la de ZF, $\forall x \, (x, x) \in R$. Esto expresa la reflexividad de la relación conjuntista estándar R y ya contamos con identidad en todo nivel.

Por lo tanto, hemos recorrido toda la cadena restringiendo sus correspondientes dominios a la copia interna de ZF que $\mathfrak{Q}^-$ guarda en su interior. Primero restringimos el dominio de las qfunciones de interpretación de variables y luego el dominio de la estructura donde interpretamos las fórmulas.

3. q-signaturas y q-lenguajes formales

En esta sección, mostraremos de qué manera generalizar las definiciones estándar dadas en la sección 1.3. Aunque explicitemos solo algunas de las definiciones, quedará claro al lector cómo continuar para el resto de los casos.

La más importante para este artículo es la correspondiente a la signatura de un lenguaje formal con indiscernibles.

Definición 5 (q-signatura de un lenguaje) *Un q-tipo o q-signatura es un casi-conjunto ρ de símbolos tales que:*

$$\rho^q := (\bigcup_n R_n) \cup (\bigcup_m F_m) \cup C$$

, donde R_n denota un casi-conjunto de símbolos relacionales de aridad n, F_m denota un casi-conjunto de símbolos funcionales de aridad m y C, un casi-conjunto de símbolos de constantes. Todos los conjuntos presentados como las uniones utilizadas son pertenecientes al formalismo de $\mathfrak{Q}^-$. A qfunciones indiscernibles le corresponden símbolos funcionales indiscernibles (funtores indiscernibles) y de igual forma para las relaciones. De esta manera, garantizamos recuperar la definición clásica 1 cuando nos restringimos a la copia isomorfa de ZF.

Definición 6 (ρ^q-estructura para un lenguaje $\mathcal{L}_\rho$) *Una ρ^q-estructura $\mathfrak{U}$ para $\mathcal{L}_\rho$ es un par $\langle A, I\rangle$ tal que:*

i) $A \not\equiv \emptyset$ *(A es un casi-conjunto no vacío, el universo de la estructura).*

ii) $I : \rho \to A \cup [f : A^m \to A, 1 \leq m] \cup [\bigcup_n [P(A^n) : 1 \leq n]]$ *tal que para cualquier $x \in \rho$*[9]*:*

- *Si $x \in R_n$, $I(x) := x^{\mathfrak{U}} \subseteq A^n$.*
- *Si $x \in F_m$, $I(x) := x^{\mathfrak{U}} : A^n \to A$.*
- *Si $x \in C$, $I(x) := x^{\mathfrak{U}} \in A$.*

Donde todos los casi-conjuntos, qfunciones y qrelaciones pertenecen al formalismo de $\mathfrak{Q}^-$. Las qrelaciones y qfunciones están garantizadas por los axiomas de casi-conjunto par y los casi-conjuntos potencia, por el correspondiente axioma del formalismo casi-conjuntista. Todos ellos colapsan a los conjuntos clásicos cuando la indiscernibilidad colapsa a la identidad.

[9]Las definiciones de qfunción y todas sus cuestiones relativas pueden verse en Krause y Jorge (2026).

Definición 7 (q-asignación de variables) *Una q-asignación S para la ρ^q-estructura $\mathfrak{U}$ es una qfunción $S^q : Var \to A$. Esto es,*

$$S^q \in [f : Var \to A].$$

Donde Var denota el casi-conjunto de todas las variables.

De esta forma, queda claro cómo generalizar las definiciones utilizando los correspondientes casi-conjuntos que expanden conservativamente los de ZF. Aunque no trataremos acá el tema, en Jorge (2026b) se muestran los primeros pasos hacia una semántica Nmatricial en $\mathfrak{Q}^-$ que permita interpretar estos lenguajes. Por lo tanto, teniendo definidos los lenguajes con indiscernibles, sus correspondientes signaturas, las qfunciones de asignación de variables y cierta semántica en $\mathfrak{Q}^-$ (aunque somos conscientes de todo lo que aún falta), hemos dado los primeros pasos hacia los lenguajes formales con indiscernibles y sus posibles aplicaciones.

4. Propuestas futuras y conclusiones

Hemos visto que la posibilidad lógica de contar con lenguajes que admitan sintaxis con indiscernibles abre un nuevo camino de exploración lógico-ontológica. Este camino debe seguir siendo explorado para sacar nuevas conclusiones y aplicaciones, fundamentalmente para la ontología de no individuos de la mecánica cuántica. Aunque la semántica presentada como candidata en este trabajo se asocia con estructuras en un formalismo casi-conjuntista, cabe la posibilidad de explorar otras alternativas, como, por ejemplo, una semántica de mundos posibles indiscernibles. Este es un paso natural que podría ser dado en breve. Construir una semántica kripkeana con mundos genuinamente indiscernibles no idénticos. Estos mundos, como dijimos al comienzo, serían mundos donde se validan expresiones indiscernibles del nuevo lenguaje. Esto es, una estructura casi-conjuntista, con sus qfunciones y qrelaciones de accesibilidad entre mundos, que extienda conservativamente su análogo clásico de ZF. Qué ventajas podría tener aparejada tal construcción es un tema que debe ser explorado.

Dijimos también que el salto principal que ha sido dado en este trabajo consiste en pasar la indiscernibilidad de la imagen de las funciones de asignación de variables, es decir, del dominio de la estructura casi-conjuntista que interpreta las fórmulas del lenguaje, al propio dominio de las nuevas funciones (ahora qfunciones) de asignación. Presentado de esta manera, el cambio es mínimo. Pasamos de tener indiscernibilidad en uno solo de los conjuntos vinculados por cada función de asig-

nación de variables, a tenerla en ambos conjuntos. Por supuesto, esto implica contar con variables indiscernibles, es decir, lenguajes con signaturas casi-conjuntistas. Defendemos que esta es una posibilidad lógica que debe ser explorada. No existe ningún impedimento a nivel lógico para explorar tal posibilidad. La interpretación de tales variables indiscernibles puede encontrar motivación, como vimos, utilizando ciertas teorías inspiradas en la ontología cuántica, como es la IMH o la lógica cuántica con proyectores indiscernibles del Hilbert. Además, la semántica de estos lenguajes puede darse completamente en $\mathfrak{Q}^{-}$, manteniendo la posibilidad de recuperar la parte estándar de la interpretación, colapsando los casi-conjuntos a sus núcleos duros de ZF.

Los lenguajes con indiscernibles representan un paso más hacia la concordancia de niveles. Esto es, mantener la concordancia entre lo que pasa en el nivel ontológico, matemático y lógico. No pareciera haber mucha concordancia entre los niveles sintácticos y ontológicos si utilizamos variables individuales para denotar entes sin identidad. Esto fue lo hecho hasta el momento en todas las teorías de casi-conjuntos, utilizar el lenguaje clásico de la lógica de primer orden sin identidad (metateoría clásica) para hablar sobre los entes sin identidad a nivel objeto. Pensamos que incluir cierta no clasicidad en la metateoría podría tener sus beneficios. Sabemos que la discusión acerca de hasta qué nivel debe llevarse la no clasicidad y en qué nivel dejar lo clásico es un debate interminable. Apostamos a los lenguajes con sintaxis que admitan indiscernibles en este camino de las metateorías no clásicas.

Agradecimientos: Agradezco a Olimpia Lombardi por las discusiones mantenidas mientras se gestaba este trabajo.

Financiación: este trabajo fue parcialmente subsidiado por la Beca Interna de Finalización de Doctorado otorgada por CONICET.

Referencias

Amor, J. A. (2013). *Compacidad en la lógica de primer orden y su relación con el teorema de completud*. Las Prensas de Ciencias, Facultad de Ciencias, UNAM, 3.ª ed.

Bourbaki, N. (2004). *Theory of Sets*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.

de Barros, J. A., Jorge, J. P. y Holik, F. (2025). On the assumptions underlying KS-like contradictions. En Krause, D. y Becker Arenhart, J. R. (Eds.), *Individuals and Non-Individuals in Quantum Theory*, pp. 71–86. Springer Nature Switzerland, Cham.

Ellerman, D. (2023). The new partitional approach to (literally) interpreting quantum mechanics. *Qeios. DOI:10.32388/JM5DY2*.

French, S. y Krause, D. (2006). *Identity in physics: A historical, philosophical, and formal analysis*. OUP Oxford.

Gross, M. y Lentin, A. (1976). *Nociones sobre las gramáticas formales*. Tecnos.

Holik, F., Jorge, J. P., Krause, D. y Lombardi, O. (2022). Quasi-set theory: A formal approach to a quantum ontology of properties. *Synthese*, 200(5):401.

Holik, F., Jorge, J. P. y Massri, C. (2025). Indistinguishability right from the start in standard quantum mechanics. En *Individuals and non-individuals in quantum theory*, pp. 45–69. Springer.

Jorge, J. P. (2026a). Mereologías cuánticas y casi-conjuntos. *Culturas Científicas*, 7(1):59–86.

Jorge, J. P. (2026b). ¿Qué pueden aportar los casi-conjuntos a la lógica? *Análisis Filosófico*. En prensa.

Jorge, J. P. y de Barros, J. A. (2025). Nmatrices cuánticas, cuasiconjuntos y el teorema de Kochen-Specker. *Teorema: Revista Internacional de Filosofía*, 44(2):1–28.

Jorge, J. P. y Holik, F. (2020). Non-deterministic semantics for quantum states. *Entropy*, 22(2).

Jorge, J. P. y Holik, F. (2022). Lógica cuántica, Nmatrices y adecuación, I. *Teorema: Revista Internacional de Filosofía*, 41(3):65–88.

Jorge, J. P. y Holik, F. (2023). Lógica cuántica, Nmatrices y adecuación, II. *Teorema: Revista internacional de filosofía*, 42(1):149–169.

Jorge, J. P., Holik, F. y Krause, D. (2023). Un acercamiento a las semánticas Nmatriciales basadas en QST. *Principia: an international journal of epistemology*, 27(3):8.

Krause, D. (1992). On a quasi-set theory. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 33(3):402–411.

Krause, D. (2011). Is Priscilla, the trapped positron, an individual? Quantum physics, the use of names, and individuation. *Arbor*, 187(747):61–66.

Krause, D. y Jorge, J. P. (2026). Sobre una teoría 'pura' de casi-conjuntos y su aplicación a una ontología cuántica de propiedades. *Principia: an international journal of epistemology*, 30(2):533–576.

Krause, D., Jorge, J. P. y Lombardi, O. (2026). A quasi-set theory without atoms and its application to a quantum ontology of properties. *Synthese*, 207(1):6.

Lombardi, O. (2023). Not individuals, nor even objects: On the ontological nature of quantum systems. En Arenhart, J. R. B. y Arroyo, R. W. (Eds.), *Non-Reflexive Logics, Non-Individuals, and the Philosophy of Quantum Mechanics Essays in Honour of the Philosophy of Décio Krause*, Synthese Library 476, pp. 45–77. Springer, Cham, Switzerland.

Lombardi, O. (2025). La Interpretación Modal-Hamiltoniana de la mecánica cuántica y el problema de la medición. *Culturas Científicas*, 6(1).

Lombardi, O. y Castagnino, M. (2008). A Modal-Hamiltonian interpretation of quantum mechanics. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 39(2):380–443.

Lombardi, O. y Dieks, D. (2016). Particles in a quantum ontology of properties. En Bigaj, T. y Wüthrich, C. (Eds.), *Metaphysics in Contemporary Physics*, vol. 104 de *Poznań Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities*, pp. 123–143. Brill-Rodopi, Leiden.

Lombardi, O., Pasqualini, M., Jorge, J. P. y Cuesta, J. A. F. (2025). Towards a logic of modalities for quantum mechanics. *Logique et Analyse*. En prensa.

Pasqualini, M. (2025). *La Interpretación Modal-Hamiltoniana y su ontología de propiedades posibles: nuevas perspectivas*. Tesis de doctorado, Facultad de Filosofía y Letras, Universidad de Buenos Aires.