Synesis, v. 11, n. 1, p. 166-178, jan/jul 2019, ISSN 1984-6754
© Universidade Católica de Petrópolis, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

A MATEMÁTICA BRITÂNICA NA CAMBRIDGE VITORIANA: REFERÊNCIA E INTUIÇÃO*

A BRITAIN MATH IN THE VICTORIAN CAMBRIDGE: REFERENCE AND INTUITION

MARCOS AMATUCCI **
ESCOLA SUPERIOR DE PROPAGANDA E MARKETING, BRASIL

Resumo: Sob a direção de Whewell e Herschel, Cambridge passou de referência na Matemática europeia para um profundo atraso em relação ao continente, principalmente devido à concepção referencialista da verdade matemática. A necessidade de referência concreta para se determinar a verdade de um desenvolvimento perdeu terreno para o desenvolvimento abstrato da Matemática alemã. Estas são as condições em que se encontravam as concepções vitorianas quando sofrem o impacto da descoberta das geometrias não-euclidianas, impacto que gera consequências metafísicas e teológicas. Este é o pano de fundo da aprendizagem matemática do jovem Russell, a caminho de seu projeto logicista.

Palavras-chave: Matemática Britânica. Cambridge. Bertrand Russell. Geometrias não-euclidianas. Whewell. Herschel. DeMorgan.

Abstract: Under the direction of Whewell and Herschel, Cambridge went from being a reference in European mathematics to a deep backwardness to the continent, mainly due to the referentialist conception of mathematical truth. The need for concrete reference to determine the truth of a development lost ground to the abstract development of German mathematics. These are the conditions in which the Victorian conceptions were when they suffer the impact of the discovery of the non-Euclidean geometries, impact that generates metaphysical and theological consequences. This is the background to the mathematical learning of young Russell, en route to his logicist project.

Keywords: British Mathematics. Cambridge. Bertrand Russell. Non-Euclidian Geometry. Whewell. Herschel. DeMorgan.

---

* Artigo recebido em 22/06/2019 e aprovado para publicação pelo Conselho Editorial em 17/07/2019.
** Doutor em Administração pela Universidade de São Paulo, Brasil. Doutor em Filosofia pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil. Professor Titular do Programa de Doutorado em Administração da ESPM de São Paulo. Currículo lattes: http://lattes.cnpq.br/2538668989160393. E-mail: marcosamatucci@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

Não é possível entender o que Russell escreve sobre as ciências da Aritmética e da Geometria em sua breve fase idealista, sem compreender a noção de ciência Matemática que possuem os matemáticos britânicos da metade do Século XIX. Esta noção de Matemática influencia o primeiro livro de Russell, sobre a fundamentação da Geometria, bem como os manuscritos de seu projeto *Dialética das Ciências* (ou Programa Tiergarten), que resultou no livro *Principles of Mathematics*, base de seu posterior projeto logicista.

2. REFERENCIALISMO

A tradição que colocou Cambridge como referência britânica na Matemática deve-se, segundo Joan L. Richards (RICHARDS, 1980) aos trabalhos de George Peacock (1791-1858), William Whewell (1794-1866), John Herschel (1792-1871) e Augustus DeMorgan (1806-1871), todos cambridgeanos e bem colocados na ordem de mérito de seus respectivos Tripos[1].

Estes matemáticos e seus contemporâneos britânicos possuem uma visão peculiar (em relação ao continente) de Matemática como uma ciência que possui objetos concretos onde sua metodologia pode ser aplicada[2]. Richards atribui este fato à concepção de verdade guardada por eles: as proposições abstratas da Matemática não possuem valor-verdade, mas apenas as proposições aplicadas a objetos concretos podem ser verdadeiras. Assim, uma teoria Matemática somente está pronta e acabada depois que uma interpretação do desenvolvimento teórico abstrato pode ser encontrada. Assim, por exemplo, a *Álgebra Simbólica* de Peacock não tem a mesma *qualidade* da *Aritmética Universal*, obtida a partir da generalização de proposições da Aritmética. Nesta última, a igualdade $(a^2 – b^2) = (a + b) . (a – b)$, obtida pela generalização de quantidades concretas como $(4^2 – 2^2) = (4 + 2) . (4 – 2)$, deve ser seguida da restrição $a > b$ para sustentar seu valor-verdade, uma vez que o objeto da Aritmética são quantidades reais. Na Álgebra Simbólica, onde a restrição é levantada, o

[1] Herschel 1º. 1813; Peacock 2º. 1813; Whewell 2º. 1816; DeMorgan 4º. 1817. SCIENCE, 1883.

[2] Na verdade, já era assim para Kant: enquanto a intuição pura é a forma do conceito, e condição de possibilidade da matemática, sua "validade objetiva" só pode ser obtida pelo preenchimento da forma por uma matéria, obtida por intuição empírica. Cf. FRIEDMAN, 1992. Em Kant: "*Portanto, todos os conceitos, e com eles todos os princípios, mesmo que tais sejam possíveis a priori, relacionam-se com intuições empíricas, i.e., com dados da experiência possível. Fora desta relação eles não têm validade objetiva, e são meros jogos de representações...* " (CRP A239-240=B298-299) – KANT, 1989.

desenvolvimento abstrato pode ser levado adiante, mas não tem valor até que se encontre uma interpretação aceitável para o número negativo.

> A definição do objeto (*subject-matter*) não se intrometeu sobre o desenvolvimento matemático [da Álgebra Simbólica], como foi o caso da Aritmética Universal, a qual era contida pelos limites do conceito de quantidade. Entretanto, a formulação acima [da equivalência da forma da diferença dos quadrados] estava incompleta do ponto de vista de Peacock, porque ela sugere uma arbitrariedade a qual não era realmente legitimada. A Álgebra Simbólica não pode ser desenvolvida livremente a partir de um conjunto arbitrário de formas pressupostas. RICHARDS, 1980 p. 348.

A mesma visão compartilhava Whewell. Sem a correspondência com um referente, uma proposição da Matemática simplesmente não pode ter valor-verdade. Trata-se de uma ciência empírica como as outras.

> Para Whewell, os axiomas e teoremas da Matemática eram descritivos; a verdade do constructo matemático não repousa em suas conexões Lógicas, mas sim na complicada ideia que estava sendo analisada. A Matemática gerava conhecimento real sobre um objeto (*subject-matter*) o qual era qualitativamente diferente daquele [conhecimento] que poderia ser adquirido através da consistência abstrata somente. A visão de Whewell sobre a natureza da Matemática parece realmente estranha à possibilidade de se desenvolver um sistema algébrico no qual os termos não possuem *referentes* [grifo nosso] mas são meramente definidos implicitamente (*idem*, p. 352).

Com pequenas divergências, a noção de ciência Matemática é a mesma para DeMorgan e Herschel:

> Apesar da interpretação de Matemática de DeMorgan e Herschel ser um pouco (*somewhat*) diferente daquela de Peacock e Whewell, claramente todos os quatro estavam comprometidos com a busca da verdade Matemática a qual era inerente a um objeto (*subject-matter*) particular, e não ao desenvolvimento de uma estrutura abstrata em si mesmo. (*idem,* p. 359)

Em seu livro *Trigonometry and Double Algebra*, DeMorgan apresenta a Álgebra simbólica como "arte", podendo posteriormente ser desenvolvida em ciência quando a ela se juntar uma interpretação. Ressalta que a vantagem de começar-se pela arte é a de que, posteriormente, esta pode ramificar-se em diversas interpretações, que não surgiriam se o desenvolvimento seguisse da interpretação para a abstração[3]:

---

[3] O último trecho da citação encontra-se em *Unknown Quantity*, DERBYSHIRE, 2006, ao qual estamos em débito pela sugestão.

> 3. *Símbolos peculiares e regras de operação, sem atribuição de significados*. Nada pode ser mais claro do que a possibilidade de se ditar símbolos com os quais operar, e o modo de usá-los, sem qualquer informação que seja sobre o significado dos primeiros, ou o propósito dos segundos. Um processo correspondente acontece em todo manual de arte no qual um assistente obedece a instruções, sem compreendê-las. [...] Tão logo a ideia de adquirir símbolos e leis de combinação, sem significado dado, tenha se tornado familiar, o estudante tem a noção do que chamo um *cálculo simbólico*; o qual, com certos símbolos e certas leis de combinação, é *álgebra simbólica*: uma arte e não uma ciência; e aparentemente uma arte inútil, exceto quando mais tarde mobiliamos a gramática da ciência. Quem é proficiente em um cálculo simbólico demandaria naturalmente que se suprisse um significado. Suponhamos que ele seja deixado sem poder de obter isto de fora: seu professor está morto[4] e ele precisa *inventar significados* por si próprio. [...] [Se tiver sucesso] ele terá transformado o cálculo simbólico num [cálculo] *significativo*. Mas não se segue que ele o tenha feito do mesmo modo que seu professor o teria, caso vivesse. É possível que muitos diferentes conjuntos de significados possam, quando inseridos nos símbolos, fazer as regras necessárias às consequências. Podemos tentar isto com três símbolos e uma regra de conexão. Dados os símbolos M, N, + e uma única relação de combinação, a saber, que M + N é o mesmo que (seja lá o que isto for) N + M. Aqui está um cálculo simbólico: como podemos fazê-lo significativo? Das seguintes maneiras, dentre outras. 1. M e N podem ser *magnitudes*, e + o sinal de adição do segundo ao primeiro. 2. M e N podem ser *números*, e + pode ser o sinal de multiplicação do primeiro pelo segundo. 3. M e N podem ser *linhas*, e + a direção para fazer um retângulo com o antecedente sendo a base, e o consequente a altura. 4. M e N podem ser *homens*, e + a afirmação de que o antecedente é irmão do consequente. 5. M e N podem ser nações, e + o sinal do antecedente ter lutado uma batalha com o consequente: e assim por diante. DEMORGAN, 1849 , pp. 92-93.

DeMorgan mostra que o desenvolvimento algébrico abstrato pode ter generalidade, mas é obrigado a certificar-se de que as aplicações são possíveis para provar que o desenvolvimento em questão tem a capacidade de gerar proposições verdadeiras, com referentes que existem para além da simbologia. Isto é, o símbolo abstrato não perde sua característica de *signo*.

A aderência de Russell a esta concepção referencialista britânica é clara nos textos de Aritmética da Dialética das Ciências. Russell está preocupado com a interpretação desta noção de número como quantidade ao problema do *contínuo*, onde encontra as primeiras contradições:

[4] Que fique claro que a hipótese macabra é de DeMorgan; este autor, por sua vontade, deseja que seu professor viva ainda muitos anos; quiçá encontre aluno mais útil.

> Somente números inteiros são realmente números – outros são derivados como inteiros com uma diferença de unidade (4/3 = quatro de uma unidade do tamanho de um-terço). Portanto, para o contínuo, não podemos numerar de forma acurada todas mas apenas uma proporção evanescente (*vanishing*) das magnitudes dadas. VN-II p. 13 RUSSELL, 1896.

Tendo partido para a investigação com estes pressupostos, Russell boa parte do tempo toma por contradições *suas próprias dificuldades*, uma vez sua formação em Matemática em Cambridge, como vimos, privilegiava a aplicação e estava atrasada no desenvolvimento da Matemática pura em relação ao continente. Além disso, como sabemos, Russel só fez o *primeiro* Tripos em Matemática, e, tendo-se decepcionado, fez os outros dois em Ciências Morais:

> O ensino de Matemática em Cambridge quando eu era um estudante de graduação era definitivamente ruim. Sua ruindade era parcialmente devida à ordem do mérito nos Tripos, a qual foi abolida não muito depois. A necessidade por uma boa discriminação entre as habilidades dos diferentes examinandos levou a uma ênfase em 'problemas', em oposição a 'estudo de teoria' (*bookwork*). As 'provas' que eram oferecidas de teoremas matemáticos eram um insulto à inteligência Lógica. De fato, o conjunto da matéria de Matemática era apresentado como um conjunto de truques inteligentes através dos quais se poderia aumentar a pontuação nos Tripos [...]. Quando terminei meu [primeiro] Tripos, vendi todos os meus livros de Matemática e jurei nunca mais olhar um livro de Matemática novamente. Assim, no quarto ano, mergulhei com o coração alegre no fantástico mundo da filosofia. (MPD, pp. 37-38)

Ainda segundo Richards, este fato impediu Russell de atualizar-se ao menos na Geometria – ironicamente o tópico que escolheu para sua dissertação de *fellowship* – pois no segundo Tripos deveria ver Geometria projetiva RICHARDS, 1988a.

Outras concepções de Russell ainda o fizeram ver contradições nas ciências onde outros eventualmente não veriam. Por exemplo, ao tentar explicar as leis de Newton do ponto de vista de sua concepção relativa de espaço.

3. INTUITIVISMO

Há ainda outro problema nesta análise matemática de Russell: sua análise é intuitiva. Apesar de indicar em vários textos (vide citação de SDQC mais abaixo) que fará uma análise lógica, ainda não se trata da lógica simbólica que aprenderá com Peano para dar fundamentação lógica à Matemática em *PoM*. A evolução do pensamento de Russell de 1896 até 1900 é uma trajetória de pequenos saltos de abstração para superar os problemas que encontra.

Um exemplo de salto da intuição para a abstração encontra-se em Boyer, no desenvolvimento do Cálculo. Nele Boyer compara o aumento do número de retângulos, com a consequente diminuição de suas bases, para se calcular a área sobre uma curva (a "integral") com o método exaustivo grego para calcular a área de um círculo, a partir de polígonos nele inscritos, aumentando-se gradativamente o número de lados do polígono. Tratava-se de um método intuitivo que requeria um salto de abstração para chegar-se à área desejada.

> Cerca de dois mil e quinhentos anos de esforços foram necessários para se explicar um sentimento instintivo vago pela continuidade culminando assim em conceitos precisos que são logicamente definidos, mas que representam extrapolações para além do mundo da experiência sensível. Intuição, ou a cognição putativa imediata de um elemento da experiência, a qual falha ostensivamente em [fornecer] adequada expressão, no final dá lugar, como resultado de investigação reflexiva, àqueles constructos mentais bem definidos com os quais a ciência e a matemática encontraram ajuda para a economia do pensamento. BOYER, 1949 pp. 4-5,

e ainda,

> Isto [o aumento do número de lados do polígono inscrito] fornece um outro exemplo de extrapolação além da intuição sensível, na medida em que não há processo pelo qual a transição da sequência de áreas poligonais para a área limite do círculo pode ser 'visualizada'. Uma infinita subdivisão é obviamente excluída do reino da experiência sensível pelo fato de que existem limiares (*thresholds*) para a sensação. [...] A definição lógica sozinha permanece critério suficiente para a validade do valor limitante de A [a área do círculo]. De maneira a se libertar do processo que acabamos de descrever da intuição geométrica inerente à noção de área, a matemática foi constrangida a fornecer definição formal para um conceito que não se referiria aos sentidos da experiência do qual surgiu. *id. ib.* p. 9.

Na análise da matemática nos textos da Dialética das Ciências, Russell ainda está no início do processo descrito por Boyer, e com muita dificuldade vai se libertar das visões intuitivas que, aliadas ao raciocínio lógico (e não à lógica matemática), são utilizadas em suas demonstrações neste período. Referindo-se, por exemplo, à discussão sobre as quantidades contínuas, Russell afirma:

> Nós temos em seguida que considerar que tipo de coisa um contínuo precisa ser, de maneira a permitir uma frutífera aplicação de número [a

> ele], enquanto ainda assim não prescrevendo nenhuma unidade natural de enumeração. Deve-se observar que nenhum fundamento empírico é necessário para discutir o contínuo; pois apesar da concepção ter sido sugerida pelos sentidos, teria sido rejeitada há muito tempo, por conta de suas antinomias, se não tivesse sido indispensável para explicar fatos empíricos, ainda nós devemos defini-lo e discuti-lo como objeto de pensamento, sem referência àqueles fatos. A presente discussão, portanto, pode ser conduzida em termos puramente lógicos. (SDQC, p.48).

Apesar de dispensar a referência aos fatos empíricos para fazer a discussão "*como objeto do pensamento*", e "*em termos puramente lógicos*", este objeto do pensamento é uma intuição (de pontos, de quanta, de unidades etc.), e a ação do pensamento, não obstante ser lógica, é intuitiva e não lógico-simbólica.

Griffin considera que esta característica intuitiva da Matemática britânica teve ainda mais influência sobre Russell do que o caráter referencialista da verdade matemática. Ainda, atribui à herança kantiana este caráter, com o qual Russell só irá romper quando atualizar-se com os avanços da matemática alemã, justamente pela qual vai abandonar a filosofia alemã.

> O que parece crucial do ponto de vista de Russell é a questão do papel da intuição na matemática. [...] a questão da intuição foi uma das que impulsionou a sua filosofia da matemática para frente. Vendo o trabalho de Russell neste período dessa maneira ajuda a explicar por que, neste período, ele veio a ficar tão impressionado pelos matemáticos alemães, ao invés da filosofia alemã ou da filosofia da matemática alemã. De fato, as mudanças nas visões de Russell sobre a intuição podem ser ligadas (de uma forma simplista, contudo) com uma rejeição da filosofia alemã inspirada pelo recém adquirido conhecimento da matemática alemã. GRIFFIN, 1991 p. 95.

Mas este caminho ainda está por ser trilhado. Na Dialética das Ciências, as dificuldades que Russell encontrará é que o colocarão naquela trilha. O caminho das soluções destas antinomias é o caminho do aprendizado de Russell, e das mudanças em suas concepções, culminando com o pluralismo, a teoria das relações "externas", e a substituição da intuição pela lógica como fundamento do desenvolvimento matemático. Isto se dá por meio de pequenos saltos de sucessiva abstração, onde substitui gradativa e muito lentamente concepções intuitivas por definições abstratas.

Na Matemática, não obstante, estas dificuldades próprias de Russell, que este vai encaixar na sua doutrina hegeliana de contradições das ciências, não são alucinações, mas apenas anacronismos – um dia existiram de fato, e foram objeto de consideração de matemáticos como Weierstrass, Dedekind, Cantor, e, mais tarde, Cauchy. Russell ora desconhecia estes avanços, ora não estava preparado para absorvê-los, prisioneiro de seus próprios conceitos.

4. NA GEOMETRIA

Seguindo a atmosfera das certezas vitorianas em verdades necessárias, Russell foi, como toda a comunidade acadêmica, atingido pelo petardo das geometrias não-euclidianas. "Eu descobri que, em adição à geometria euclidiana, haviam várias variedades não-euclidianas, e que ninguém sabia qual estava certa. Se a matemática era duvidosa, quão mais duvidosa a ética deve ser!" RUSSELL, 1948, p. 143.

Esta extensão da dúvida matemática para o campo moral não é exclusiva de Russell, mas representa o pensamento britânico da segunda metade do século XIX. Foi este o motivo pelo qual o Tripos foi implementado em Cambridge, e pelo qual os estudantes de todas as especializações tinham que passar pela geometria: para perceberem que existem certezas necessárias, as quais deveriam ser reconhecidas em outros campos, notadamente a metafísica e a existência de Deus. A Cambridge de Whewell[5] e Herschel identificava educação *liberal* (em oposição a uma formação específica como direito ou medicina) com o desenvolvimento do raciocínio, a ser empregado em qualquer área no futuro profissional dos estudantes. E o modo de desenvolver este raciocínio era, em oposição à educação clássica de Oxford, o ensino da matemática. A matemática era, entre divergências de empiristas "empíricos" e empiristas "nativistas", unanimemente uma ciência descritiva, e sua verdade (como vimos) devia referir-se a fatos no mundo. O paradigma da educação liberal de Cambridge era o homem da ciência – quaisquer que sejam os caminhos futuros que os jovens escolhessem como exercício profissional, fariam-no melhor se estivessem em contato próximo com os maiores benfeitores da humanidade. O cientista (termo aparentemente cunhado pelo próprio Whewell) é o paradigma da formação liberal porque a ciência, com sua fundamentação empírica, é o paradigma da verdade na epistemologia.

[5] William Whewell (1794-1866) estudou no Trinity College (Cambridge), onde foi politicamente bastante ativo; tornou-se fellow e professor proeminente, amplamente conhecido fora de Cambridge devido a uma volumosa produção intelectual em áreas diversas, e foi indicado Master do Trinity College em outubro de 1841; além do apoio praticamente unânime de seus colegas, era o sucessor que Wordsworth, seu antecessor, desejava, inclusive em detrimento de seu próprio filho, em condições de elegibilidade. Cf. WINSTANLEY, 1955.

A identificação do homem virtuoso com o homem da ciência é oriunda do pensamento de um círculo de matemáticos e cientistas autodenominado Sociedade Analítica, inicialmente composta por nomes como Charles Babbage, John Herschel e George Peacock; depois Charles B. Atry e William Whewell. Representantes deste grupo estiveram presentes em muitos outros círculos importantes, de maneira a "dar o tom" do desenvolvimento científico britânico da primeira metade do século XIX. Entre os feitos de sua influência está a substituição, primeiramente em Cambridge, mas depois em outras universidades, da dificultosa notação de fluxo de Newton pela notação infinitesimal de Leibniz, o que propiciou grande avanço no desenvolvimento do Cálculo, e intercâmbio de ideias com o continente.

Mas, voltando às verdades necessárias, como seres humanos podem alcançar tais verdades a partir da ciência?

> De maneira a atacar o problema de se é possível ou não aos humanos saber a verdade através da ciência, Whewell traçou uma clara distinção entre verdades contingentes, as quais eram meramente sumários de fenômenos observados, e verdades necessárias, as quais capturavam a essência da realidade. [...] A categoria de Whewell de verdade necessária era criticamente importante para assegurar que o homem realmente poderia vir a conhecer seu mundo. Esta segurança a seu turno dava suporte à sua perspectiva basicamente conservadora a partir da qual existiam verdades imutáveis acerca de Deus, homem e sociedade as quais a elite educada, da qual fazia parte, passava adiante de geração em geração. Sua categoria de verdade necessária não era relevante apenas para argumentos epistemológicos abstratos, mas nos anos 1840s, apoiava uma perspectiva política, social e teológica mais ampla e altamente conservadora. Whewell usava o exemplo da matemática para estabelecer a realidade da verdade necessária, e demonstrar que mentes humanas poderiam captá-la. RICHARDS, 1988b pp. 28-29.

Estas raízes profundas da matemática e da geometria nas convicções morais de meados do século XIX servem para se avaliar o impacto do surgimento das geometrias não-euclidianas, e o questionamento da apoditicidade da geometria euclidiana.

Vamos desenvolver aqui os aspectos mais importantes da sequência acima delineada; será mais focada na matemática britânica, e envolverá algo da filosofia da matemática alemã, pois Russell deixa-se influenciar mais pelos segundos que pelos primeiros.

5. O DESENVOLVIMENTO DA GEOMETRIA E AS CONCEPÇÕES DE ESPAÇO: CONTINENTE E GRÃ-BRETANHA

Como vimos, no continente a noção de matemática, de suas proposições verdadeiras, é mais formal do que a britânica, que exige uma referência na realidade para que a noção de verdade se realize. Este ponto é melhor visto na álgebra e não nos deteremos muito nele; mas o que vale ali vale também para a geometria. Este formalismo também traz a vantagem de um desenvolvimento mais rigoroso nas demonstrações. Estas, na ilha, acompanhando o critério referencialista de verdade, é "intuitiva". Não se confunda o intuitivismo dos matemáticos com as intuições kantianas dos filósofos idealistas: devido às diferentes concepções de espaço e da própria ciência da geometria, este "intuitivismo" tem um caráter totalmente diferente; como dissemos, mais próximo à evidência racional de Descartes. Esta diferença entre matemáticos e filósofos é analisada no próximo item.

Matemáticos *versus* Filósofos: A geometria dos matemáticos britânicos é uma ciência exata cujo objeto é o espaço. Obviamente isto impede uma concepção de espaço como uma intuição pura *a priori*, como queria Kant. Se a geometria é uma ciência com um objeto, suas proposições iniciais devem descrever seu objeto. Assim, os postulados de Euclides são vistos como uma descrição do objeto, a partir da qual os teoremas são *deduzidos*. Trata-se portanto de uma ciência *analítica* do ponto de vista de seus cientistas. Esta dedução é possível para matemáticos alemães porque possuem um avançado formalismo; é possível para os matemáticos britânicos justamente por suas falhas: porque suas demonstrações intuitivas "permitem" a dedução sem grande reflexão sobre seu rigor. Não é possível para Kant basicamente por dois motivos: devido à sua incipiente lógica aristotélica (que conta meramente com conceitos, juízos diádicos e silogismos); e porque à formulação original dos axiomas e postulados de Euclides, que estavam disponíveis a Kant, também faltava o caráter formal e rigoroso com que são redigidos hoje. Kant não consegue, com estas ferramentas lógicas e com aquele material "bruto", deduzir verdades universais e necessárias. Portanto, Kant necessita acrescentar algo aos axiomas e postulados para ascender à universalidade e necessidade que uma ciência aristotélica necessita. Este algo são as intuições puras, que tornam a geometria uma ciência *a priori*. Russell concordará com isto, mas é claro que no âmbito da filosofia há divergências.

Helmholtz, de relevância para a discussão da geometria, acredita que o espaço não é uma intuição pura *a priori*, mas um conceito gerado pela experiência. Tendo em vista esta concepção, é convidado por seus contemporâneos (em particular Land) a mostrar a partir de que experiências o espaço não-euclidiano pode ser conceituado. Helmholtz responde afirmando que são imagináveis, e publica um artigo em resposta a Land onde descreve a hipotética experiência de seres vivendo em diferentes tipos de espaço. Os filósofos britânicos influenciados por Kant tentam encaixar os novos desenvolvimentos da geometria na doutrina das intuições puras – é o que faz Russell. Lotze não precisa das geometrias não-euclidianas para divergir de Kant em relação à concepção de espaço: argumenta que, se este é subjetivo, outros seres viveriam em outros espaços. Isto traz o espaço para o campo empírico desde a geometria euclidiana.

6. A CONCEPÇÃO DE ESPAÇO NO SÉCULO XVII

A concepção de espaço no século XVII dividia-se em cartesiana e leibniziana; e no XVIII a newtoniana.

A primeira considerava a existência de espaço como um corpo preenchido; na ausência de corpos não existe espaço – Descartes nega a possibilidade da existência de espaços vazios.

Leibniz tem uma concepção bem elaborada de espaço, que também depende da presença de matéria para que ele exista, mas prevê a possibilidade de espaço vazio. Assim, um mero ponto material só "produz" o espaço que ocupa; enquanto que dois pontos materiais produzem a possibilidade de movimento entre eles. Dois pontos portanto geram um espaço vazio entre si. Três pontos não-colineares geram a possibilidade de movimento no plano. Esta leitura do espaço de Leibniz é de Russell. Russell analisa detalhadamente as consequências da concepção de espaço de Leibniz em seus escritos de geometria prévios à dissertação de *fellowship*; e esta ideia de possibilidade vai exercer um papel fundamental em sua concepção de espaço geométrico de EFG.

Finalmente, a hoje mais conhecida concepção de Newton, de que o espaço é uma "caixa" vazia que em nada se altera com a introdução ou retirada de corpos. Tornou-se até Einstein a visão mais aceita devido à correção das previsões que as fórmulas permitiam. Não obstante os resultados práticos, Newton deu-se ao trabalho de realizar um experimento para "provar" o caráter absoluto do espaço: pendurou um balde com água por uma corda, e fê-lo girar com o auxílio de outras cordas radiais. A água produz um "redemoinho" e uma correspondente depleção na superfície. Newton argumenta que, se o espaço fosse relativo, um observador "sentado" na borda do balde não veria o redemoinho e a depleção; a água deveria estar placidamente parada, com a superfície plana, em relação a ele. Mas, argumenta, isto é absurdo, um observador na borda do balde vê a mesma água e a mesma depleção – "portanto" o espaço é absoluto. Newton não considerou o efeito da rotação da Terra, mas não é nosso papel aqui criticar a ciência newtoniana.

7. CONCLUSÃO: AS NOVAS GEOMETRIAS SALVAM A MATEMÁTICA BRITÂNICA

O advento das geometrias não-euclidianas faz desmoronar todo o edifício de certezas vitorianas, desde a Matemática até a Ética. Este movimento fez Cambridge repensar tudo do zero. A necessidade de se definir verdade geométrica sem relação direta com o espaço "real" libertou estas e a Matemática do referencialismo no conceito de verdade. A Álgebra pode ser uma ciência. Os britânicos estão prontos a aceitar os avanços teóricos da Alemanha e Itália, mormente Cantor e os números transfinitos, abrindo caminho para uma teoria dos conjuntos de infinitos elementos e a possibilidade de fundamentação da Matemática pela Lógica.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **The history of the calculus and its conceptual development**. New York: Dover Books, 1949. ISBN 0486175383.

DEMORGAN, A. **Trigonometry and double algebra**. London: Taylor, Walton and Maberly (Reimpressão do original), 1849

DERBYSHIRE, J. **UnknownAQuantity: A Real and Imaginary History of Algebra, by John Derbyshire**: Joseph Henry Press 2006.

FRIEDMAN, M. **Kant and the exact sciences**. Harvard University Press, 1992. ISBN 0674500350.

GRIFFIN, N. **Russell's idealist apprenticeship**. Oxford: Clarendon Press, 1991. ISBN 9780198244530.

KANT, I. Crítica da razão pura (1781). **Lisboa: Fundação Kalouste Gulbenkian**, 1989.

RICHARDS, J. L. The art and the science of British algebra: A study in the perception of mathematical truth. **Historia mathematica,** v. 7, n. 3, p. 343-365, 1980. ISSN 0315-0860.

______. Bertrand Russell's Essay on the Foundations of Geometry and the Cambridge mathematical tradition. **Russell: the Journal of Bertrand Russell Studies,** v. 8, n. 1, 1988a. ISSN 1913-8032.

______. **Mathematical visions: The pursuit of geometry in Victorian England**. Academic Pr, 1988b. ISBN 0125874456.

RUSSELL, B. (*Various Notes*) Various Notes on Mathematical Philosophy - Notes on the Relation Between Number and Quantity. In: GRIFFIN, N. e LEWIS, A. C. (Ed.). **(*Papers 2*) The Collected Papers of Bertrand Russell v. 2**. London & New York: Routledge, v.2, 1896.

______. A Turning Point in My Life. **Saturday Book, n. 8**, p. 142-46, 1948.

SCIENCE. THE MATHEMATICAL TRIPOS IN THE UNIVERSITY OF CAMBRIDGE. **SCIENCE,** v. 1, n. 15 (May, 18), p. 412-415, 1883.

WINSTANLEY, D. A. **Early Victorian Cambridge**. Cambrige University Press, 1955. ISBN 0105100242.

Universidade Católica de Petrópolis
Centro de Teologia e Humanidades
Rua Benjamin Constant, 213 – Centro – Petrópolis
Tel: (24) 2244-4000
synesis@ucp.br
http://seer.ucp.br/seer/index.php?journal=synesis

AMATUCCI, Marcos. A matemática britânica na Cambridge vitoriana: referência e intuição. **Synesis**, v. 11, n. 1, jul. 2019. ISSN 1984-6754. Disponível em: <http://seer.ucp.br/seer/index.php/synesis/article/view/1756>