

## IDENTIFICAÇÃO DE DANOS ESTRUTURAIS A PARTIR DO MODELO DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

Isabela C. S. S. Rangel<sup>1,\*</sup>, Luciano S. Rangel<sup>1</sup> e Leonardo T. Stutz<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior, Universidade Federal Fluminense, Santo Antônio de Pádua, 28470-000, RJ, Brasil*

<sup>2</sup>*Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, 28630-050, RJ, Brasil*

**Palavras-chave:** Identificação de danos estruturais, Frequências naturais, Modelo de superfície de resposta, Evolução diferencial.

**Resumo.** No presente trabalho, aborda-se a identificação de danos estruturais, sendo, esta, uma questão de fundamental importância na engenharia, visto que uma estrutura está sujeita a processos de deterioração e a ocorrência de danos durante a sua vida útil. Na formulação do problema de identificação de danos utilizou-se o Modelo de Superfície de Resposta (MSR) em substituição a um Modelo de Elementos Finitos (MEF) da estrutura. No presente trabalho, a identificação de danos estruturais considera o ajuste de um MSR da estrutura, objetivando-se a minimização de uma função de erro definida a partir das frequências naturais não-amortecidas experimentais e das correspondentes frequências previstas pelo MSR. O MEF foi utilizado para fornecer as frequências naturais de interesse da estrutura para diferentes cenários de dano, dados esses necessários para a obtenção do MSR. Estuda-se o problema de identificação de danos estruturais em uma viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada. No processo de identificação de danos, do presente trabalho, são avaliados os tipos de superfícies de resposta: Linear (LI), Quadrático sem interação entre os parâmetros (QP) e Quadrático com interação entre os parâmetros (QI). A utilização do método Evolução Diferencial (ED) no problema inverso de identificação de danos é considerada. Frente aos resultados numéricos obtidos, a estratégia adotada mostrou-se capaz de localizar e quantificar os danos com acurácia.

---

Endereços de e-mail: [isilva@iprj.uerj.br](mailto:isilva@iprj.uerj.br)<sup>\*</sup>, [lrangel@iprj.uerj.br](mailto:lrangel@iprj.uerj.br), [ltstutz@iprj.uerj.br](mailto:ltstutz@iprj.uerj.br).

## 1 INTRODUÇÃO

A identificação de danos estruturais é uma questão de fundamental importância na engenharia, visto que uma estrutura está sujeita a processos de deterioração e a ocorrência de danos durante a sua vida útil. A presença de danos compromete o desempenho e a integridade estrutural, podendo colocar vidas humanas em risco e resultam em perdas econômicas consideráveis.

O contínuo monitoramento da estrutura e a identificação de danos num estágio inicial contribuem para a redução dos custos de manutenção e de reparo, além de aumentar sua confiabilidade e sua vida útil. Neste caso, análises numéricas e experimentais podem ser realizadas com intuito de fornecer recursos para uma correta avaliação da integridade da estrutura, podendo, assim, estabelecer critérios da utilização da estrutura com segurança.

Os métodos de identificação de danos geralmente são baseados em: dados modais (análise modal), dados no domínio do tempo e dados no domínio da frequência. Os métodos de identificação de danos estruturais e monitoramento de estruturas fundamentadas no domínio modal - domínio contendo os parâmetros modais da estrutura, quais sejam: frequências naturais, razões de amortecimento e formas modais - são constantes na literatura especializada, com aplicações bem sucedidas nas engenharias mecânica, civil e aeroespacial [10]. O presente trabalho considera os parâmetros modais da estrutura, especificamente as frequências naturais não-amortecidas.

Técnicas de identificação de danos estruturais e monitoramento de estruturas fundamentadas no ajuste de um MEF são constantes na literatura especializada (vide [7] e referências lá contidas). No entanto, a obtenção de um problema geralmente mal posto e o elevado custo computacional, inerente a essas técnicas, limitam ou até mesmo inviabilizam a sua aplicabilidade em estruturas que demandam um modelo de ordem elevada. Para contornar essas dificuldades, pode-se utilizar o MSR em substituição a um MEF da estrutura [3], onde o MSR apresenta como vantagem a redução do custo computacional para a solução de problemas inversos de identificação de danos [1]. O MEF foi utilizado para fornecer as frequências naturais de interesse da estrutura para diferentes cenários de dano, dados esses necessários para a obtenção do MSR.

No presente trabalho, a identificação de danos estruturais considera o ajuste de três MSR da estrutura, sendo eles, Linear (LI), Quadrático sem interação entre os parâmetros (QP) e Quadrático com interação entre os parâmetros (QI), objetivando-se a minimização de uma função de erro definida a partir das frequências naturais não-amortecidas experimentais, geradas pelo MEF, e das correspondentes frequências previstas pelos MSR. Utilizou-se os três tipos de MSR com intuito de verificar qual tipo de MSR representa de forma mais acurada a relação entre os parâmetros de coesão e as frequências naturais da estrutura.

O conteúdo deste trabalho está organizado como se segue. Na formulação do problema direto é apresentado o modelo matemático utilizado para descrever o dano estrutural, assim como o problema de autovalor-autovetor, necessário para a obtenção das frequências naturais da estrutura. No Modelo de Superfície de Resposta é descrita a base teórica deste, apresentando a técnica de *Projetos de Experimentos*. Na formulação do problema inverso é apresentado, de forma sucinta, o problema de identificação de danos a ser resolvido. Nos resultados numéricos analisa-se o comportamento da viga de Euler-Bernoulli simplesmente apoiada, em função da localização e da intensidade do dano, e são apresentados os resultados, utilizando o método estocástico ED, do problema de identificação de danos considerado. Por fim, são apresentadas as conclusões obtidas e são realizadas algumas sugestões para trabalhos futuros.

## 2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DIRETO

Na estratégia de identificação de danos adotada, a integridade da estrutura é considerada como sendo continuamente descrita, no domínio do corpo, por um parâmetro estrutural denominado *parâmetro nodal de coesão* ( $\beta$ ) [9]. Este parâmetro está relacionado com a ligação entre os pontos materiais e pode ser interpretado como uma medida do estado de coesão local do material, onde  $0 \leq \beta \leq 1$ . Se  $\beta = 1$ , considera-se que todas as ligações entre os pontos materiais foram preservadas, ou seja, não há defeito na estrutura. Se  $\beta = 0$ , considera-se uma ruptura local, pois todas as ligações entre os pontos materiais foram desfeitas.

Neste trabalho, considerou-se que o dano afeta apenas as propriedades elásticas da estrutura, hipótese comumente adotada na literatura. Deste modo, a matriz de rigidez do MEF da estrutura pode ser escrita como

$$\mathbf{K}(\beta) = \int_{\Omega} \beta(x) E_0 I_0 \frac{\partial^2 \mathbf{N}(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \mathbf{N}(x)^T}{\partial x^2} d\Omega \quad (1)$$

onde  $\mathbf{N}(x)$  é o vetor contendo as funções de interpolação apropriadas de viga de Euler-Bernoulli [7],  $E_0$  e  $I_0$  são, respectivamente, os valores nominais do módulo de elasticidade e do momento de inércia de área e  $\beta$  representa o campo de coesão no domínio elástico  $\Omega$  da estrutura. Deve-se enfatizar que a discretização do campo de coesão  $\beta$  não depende da discretização do campo de deslocamentos, de forma que diferentes malhas podem ser adotadas.

A partir da Equação (1), tem-se que a rigidez à flexão ao longo da viga é dada por

$$E(x)I(x) = \beta(x)E_0I_0 \quad (2)$$

Portanto, o parâmetro de coesão representa qualquer alteração, provocada pela presença de danos estruturais, na rigidez à flexão da estrutura. Por simplicidade, considerando-se uma viga de seção transversal retangular e com módulo de elasticidade uniforme, o campo de coesão pode ser escrito como

$$\beta(x) = \left( \frac{h(x)}{h_0} \right)^3 \quad (3)$$

onde  $h_0$  e  $h(x)$  são, respectivamente, a espessura nominal e a espessura da viga na posição  $x$ . O vetor de parâmetros nodais de coesão é definido como

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{np}]^T \quad (4)$$

onde  $np$  é o número total de parâmetros de coesão do modelo. Portanto, considerando-se as Eqs. (3) e (4), nos nós defeituosos tem-se  $h(x)/h_0 < 1$ , e nos nós onde não há danos, tem-se  $h(x)/h_0 = 1$ .

No presente trabalho as frequências naturais não-amortecidas serão utilizadas no problema de identificação de danos estruturais. As frequências naturais e as formas modais de uma estrutura com  $n$  graus de liberdade (GDL) podem ser obtidas a partir do problema de autovalor-autovetor

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Lambda} \quad (5)$$

onde  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa,  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez,  $\boldsymbol{\Phi}$  é a matriz modal da estrutura, cuja  $i$ -ésima coluna corresponde à forma modal  $\phi_i$  ( $i$ -ésimo autovetor), dada por

$$\boldsymbol{\Phi} = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_n] \quad (6)$$

e  $\Lambda$  é uma matriz diagonal cujo  $i$ -ésimo componente (autovalor) é dado pelo valor quadrático da correspondente frequência natural não-amortecida do sistema, ou seja

$$\Lambda = \text{diag}(\omega_i^2), \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

sendo  $\omega_i$  as frequências naturais não-amortecidas, onde matrizes têm dimensão  $n \times n$ .

### 3 MODELO DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

No MSR, relações explícitas são definidas entre parâmetros da estrutura — no caso especial de identificação de danos, os parâmetros nodais de coesão — e respostas de interesse. Desta forma, seja no domínio do tempo ou da frequência, para uma dada resposta escalar  $y$ , tem-se

$$y = f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{np}) + \varepsilon \quad (8)$$

onde  $f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{np})$  representa a relação entre a resposta e as variáveis independentes e  $\varepsilon$  sendo o resíduo. Em geral, os fatores (parâmetros do modelo) são codificados como

$$x_i = \frac{\beta_i - (\beta_{\min} + \beta_{\max})/2}{(\beta_{\max} - \beta_{\min})/2}, \quad i = 1, 2, \dots, np \quad (9)$$

tal que  $x_i \in [-1, 1]$ . Dessa forma, a Equação (8) pode ser reescrita como

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_{np}) + \varepsilon \quad (10)$$

Na maioria dos casos, desconhece-se a relação entre a resposta e as variáveis independentes. Esta relação pode ser aproximada por polinômios de baixa ordem em algumas regiões relativamente pequenas do espaço definido pelas variáveis independentes, sendo então comumente utilizados modelos de primeira ou segunda ordem. Em geral, descreve-se o modelo de segunda ordem como

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{np} b_i x_i + \sum_{i=1}^{np} b_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^{np} \sum_{j=2}^{np} b_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (11)$$

onde  $b_0$ ,  $b_i$ ,  $b_{ii}$  e  $b_{ij}$  são os coeficientes da função de resposta.

Para a determinação dos coeficientes da função de resposta, deve-se ter um número  $n_d$  de dados maior, ou no mínimo igual, ao número de coeficientes. Considerando a Equação (11) e um conjunto com  $n_d$  dados, tem-se

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \varepsilon \quad (12)$$

onde  $\mathbf{y}$  é o vetor contendo os  $n_d$  valores da resposta  $y$ ,  $\mathbf{X}$  é a denominada matriz de projeto, cujos componentes são obtidos dos parâmetros codificados  $x_i$ ,  $\mathbf{b}$  o vetor contendo os coeficientes da função de resposta e  $\varepsilon$  o vetor contendo os resíduos do modelo.

Considerando o método dos mínimos quadrados, estima-se o vetor de coeficientes  $\hat{\mathbf{b}}$  por

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (13)$$

onde  $T$ , como usual, representa a operação de transposição de matriz. Portanto, a resposta  $\hat{y}$  prevista pelo modelo pode ser representada como

$$\hat{y} = \hat{b}_0 + \sum_{i=1}^{np} \hat{b}_i x_i + \sum_{i=1}^{np} \hat{b}_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^{np} \sum_{j=2}^{np} \hat{b}_{ij} x_i x_j \quad (14)$$

Para cada resposta escalar considerada, determina-se uma superfície de resposta. Por simplicidade, será denominado MSR o conjunto envolvendo todas as superfícies de resposta em questão.

Deve-se notar que o aumento do número de parâmetros do modelo resulta em um aumento no número de coeficientes das superfícies e, principalmente, em um aumento significativo do número de possíveis combinações dos parâmetros. No entanto, a aplicação do modelo de superfície de resposta em estruturas mais complexas pode ser viabilizada, por exemplo, através da combinação de um modelo de dano constante por elemento (modelo mais simples que o adotado neste trabalho) e a definição de subestruturas.

Para a determinação dos coeficientes do MSR, é usual a utilização de técnicas de *Projeto de Experimentos*. Existem dois tipos principais de projeto: Projeto Composto Central (PCC) e Box-Behnken [4]. Um modelo de primeira ou de segunda ordem pode ser construído de forma eficiente com o PCC [5], sendo assim, utiliza-se este no presente trabalho.

### 3.1 Projeto Composto Central

O Projeto Composto Central (PCC) compõe um *Projeto de Experimentos* utilizado para ajustar um modelo de superfície de resposta de primeira ou de segunda ordem. Constitui-se de três partes um PCC para  $np$  fatores, devidamente codificados como  $x_1, x_2, \dots, x_{np}$ , como se segue: uma parte fatorial, contendo um total  $2^{np}$  pontos de coordenadas  $x_i = -1$  e  $x_i = +1$ , para  $i = 1, 2, \dots, np$ ; uma parte axial, formada por  $2np$  pontos com todas as coordenadas nulas, exceto um, que possui um valor  $\alpha$  (ou  $-\alpha$ ); um total de  $m$  ensaios realizados no ponto central, onde,  $x_1 = \dots = x_{np} = 0$ .

O total de combinações previstas no PCC, considerando-se as combinações anteriormente citadas, é dado por

$$N_c = 2^{np} + 2np + m \quad (15)$$

Define-se  $\alpha$  como sendo a distância do ponto central aos pontos axiais, implicando-se em um PCC rotacional (ou não). Quando todos os pontos estiverem à mesma distância do ponto central, estes terão o desvio padrão da resposta prevista constante, classificando-se assim, o PCC em rotacional.

Classifica-se um PCC em três tipos: Circunscrito (CCC), Inscrito (CCI) e Face Centrada (CCF). No CCC os pontos axiais estão a uma distância  $\alpha$  do ponto central, sendo assim, fornecem novos extremos para os níveis alto e baixo dos fatores, logo, os níveis [+1, -1] dos fatores são extrapolados. Além dos dois níveis axiais, cada fator requer mais três níveis, dois fatoriais [+1, -1] e um do ponto central, totalizando cinco níveis. Este tipo de PCC para dois fatores pode ser visualizado na Figura 1.

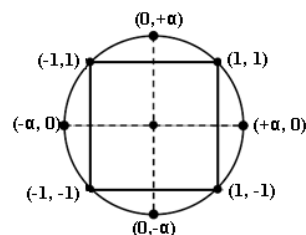


Figura 1: PCC Circunscrito

No CCI os níveis dos fatores  $[+1, -1]$  são usados como pontos axiais e os pontos fatoriais são criados dentro destes limites (níveis dos fatores originalmente especificados), este projeto também contém o ponto central, totalizando cinco níveis para cada fator. O PCC inscrito para dois fatores pode ser visualizado na Figura 2.

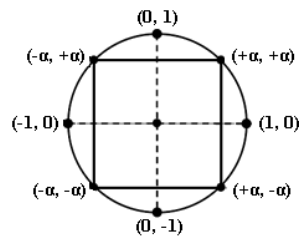


Figura 2: PCC Inscrito

Por fim, no CCF os pontos axiais estão no centro de cada face do espaço fatorial, neste caso,  $\alpha = 1$ . Assim sendo, neste projeto, utiliza-se pontos no domínio original definido pelos níveis dos fatores. Neste caso, para cada fator necessita-se de apenas três níveis. O CCF para dois fatores pode ser visualizado na Figura 3.

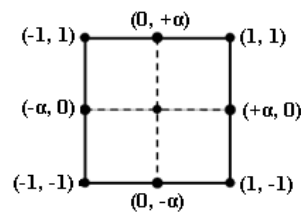


Figura 3: PCC Face Centrada

#### 4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

A identificação de danos estruturais, determinação da localização e intensidade do dano, utilizando as técnicas baseadas no domínio da frequência, no presente trabalho, baseia-se no ajuste de um MSR da estrutura, objetivando-se a minimização de uma função de erro definida a partir das frequências naturais obtidas experimentalmente e das correspondentes frequências previstas por um MSR da estrutura.

O problema de identificação de danos pode ser definido como um problema inverso de estimação de parâmetros, onde, buscam-se identificar os parâmetros físicos do sistema, a partir das informações experimentais da estrutura. Para a formulação do problema de identificação de danos baseado nas frequências naturais da estrutura, define-se o vetor de resposta generalizada como

$$\mathbf{v} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \dots \quad \omega_i] \quad (16)$$

onde  $\omega_i, i = 1, \dots, n_E$ , representa a  $i$ -ésima frequência natural não-amortecida da estrutura e  $n_E$  é o número de frequências naturais consideradas no processo de identificação.

Na definição do problema de identificação de danos, tem-se um funcional definido a partir da diferença entre a resposta experimental e a resposta prevista pelo MSR,

$$\min_{\beta} \mathcal{F} \quad (17)$$

onde

$$\mathcal{F} = (\mathbf{v}_E - \hat{\mathbf{v}}(\beta))^T \mathbf{W} (\mathbf{v}_E - \hat{\mathbf{v}}(\beta)) \quad (18)$$

e representa a norma quadrática ponderada da diferença entre o vetor contendo as frequências naturais obtidas experimentalmente ( $\mathbf{v}_E$ ) e o vetor contendo as frequências naturais previstas pelo MSR ( $\hat{\mathbf{v}}(\beta)$ ), ou seja, para cada frequência natural que compõe o vetor  $\mathbf{v}$ , determina-se uma superfície de resposta, e  $\mathbf{W}$  é uma matriz de ponderação [6].

O problema inverso em questão é definido considerando um MSR da estrutura, onde o MSR representa de forma explícita as relações entre os parâmetros nodais de coesão e as respostas de interesse, sendo estas relações dadas por polinômios, o que, por sua vez, reduz de forma significativa o esforço computacional na resolução do problema direto [6]. No presente trabalho, para a resolução do problema inverso, utilizou-se o algoritmo Evolução Diferencial [8].

## 5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Nos resultados que se seguem, considerou-se uma viga de aço simplesmente apoiada com os parâmetros geométricos e materiais apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Propriedades nominais da viga

Comprimento	1,46 m
Espessura	$7,9375 \times 10^{-3}$ m
Largura	$7,62 \times 10^{-2}$ m
Momento de Inércia de Área	$3,1756 \times 10^{-9}$ m <sup>4</sup>
Módulo de Elasticidade	$2,07 \times 10^{11}$ Pa
Massa específica	$7,85 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup>

A viga em questão foi discretizada pelo MEF em 24 elementos bidimensionais do tipo Euler-Bernoulli, onde cada elemento apresenta dois nós e cada nó possui dois graus de liberdade (GDL) – um de rotação e outro de translação – e um parâmetro de coesão. Portanto, a estrutura possui 25 parâmetros nodais de coesão e, devido às condições de contorno, 48 GDL.

No caso considerado, utiliza-se a mesma malha de elementos para aproximar o campo de deslocamentos e também o campo de coesão (dano). O MEF é utilizado com os valores nodais do parâmetro de coesão prescritos de acordo com os cenários de dano considerados, para gerar as frequências naturais não-amortecidas da estrutura danificada, representado, assim, os dados experimentais sintéticos utilizados no processo de identificação de danos.

Uma análise do comportamento da viga é realizada, em relação às suas frequências naturais, em função da posição e da intensidade do dano. Considera-se cada posição nodal da malha de defeitos, uma por vez, para danos de intensidade leve ( $h(x)/h_0 = 0,9$ ), média ( $h(x)/h_0 = 0,75$ ) e severa ( $h(x)/h_0 = 0,5$ ). Para cada modo de vibração considerado, é calculada a razão entre as frequências naturais da estrutura com e sem dano,

$$\omega_{R_i} = \frac{\omega_{d_i}}{\omega_i} \quad (19)$$



sendo  $\omega_{d_i}$  e  $\omega_i$  as frequências naturais da estrutura com e sem dano para o  $i$ -ésimo modo de vibração, respectivamente. A Figura 4 apresenta a influência da intensidade e localização do dano nas duas primeiras frequências naturais da estrutura.

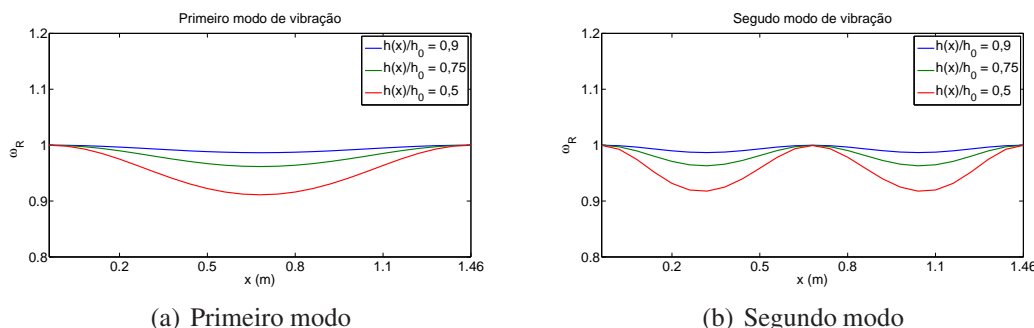


Figura 4: Influência da posição e intensidade do dano nas frequências naturais da estrutura

Na Figura 4 é possível observar que as frequências naturais apresentam pouca sensibilidade aos danos nas regiões próximas ao extremo da viga, sendo provável uma maior dificuldade na identificação de danos nessas regiões. Ademais, observa-se que danos de mesma magnitude e em posições simétricas resultam nas mesmas variações nas frequências naturais e, portanto, uma estratégia de identificação de danos baseada apenas nas frequências naturais é, em princípio, incapaz de diferenciar esses cenários.

Como a viga foi discretizada em 24 elementos, têm-se então 25 parâmetros nodais de coesão. No entanto, em vista da simetria da viga, pode-se considerá-la como sendo formada por subestruturas, diminuindo, assim, significativamente o número de parâmetros nodais de coesão a serem considerados na geração das superfícies de resposta. As subestruturas são definidas de forma indireta, através de parâmetros nodais de coesão simétricos. De acordo com a Figura 5, os elementos que contêm parâmetros de coesão simétricos formam uma subestrutura.

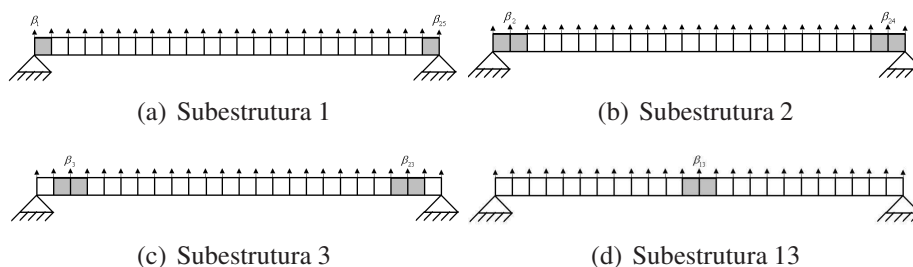


Figura 5: Divisão das subestruturas presentes na viga simplesmente apoiada.

Para a obtenção do MSR utilizou-se o CCC [2], que necessita da definição dos pontos fatoriais ( $\beta_{-1}$ ,  $\beta_1$ ), dos pontos axiais ( $\beta_{-\alpha}$ ,  $\beta_\alpha$ ) e do ponto central ( $\beta_0$ ). Os valores considerados foram:  $\beta_{-\alpha} = 0,182$ ,  $\beta_{-1} = 0,512$ ,  $\beta_0 = 0,729$ ,  $\beta_1 = 1$  e  $\beta_\alpha = 1,331$ .

Na identificação de danos foram considerados três tipos de MSR: Linear (LI), Quadrático sem interação entre os parâmetros (QP) e Quadrático com interação entre os parâmetros (QI). Para cada tipo, utiliza-se o MSR das quatro primeiras frequências naturais, sendo estes gerados considerando as 8219 combinações possíveis do CCC para as 13 subestruturas. Cada MSR possui uma quantidade distinta de coeficientes a serem ajustados, de acordo com as configurações



apresentadas anteriormente. Os modelos LI, QP e QI possuem, respectivamente, 14, 27 e 105 coeficientes.

Para verificar qual tipo de MSR representa de forma mais acurada a relação entre os parâmetros de coesão e as frequências naturais da estrutura, foram avaliados os três tipos de superfícies de resposta no problema de identificação de danos. Para cada tipo de superfície de resposta, considerou-se um cenário de dano, vide Tabela 2.

Tabela 2: Cenário de dano - Viga simplesmente apoiada

Subestrutura	Posição (m)	$h(x)/h_0$	Nível de ruído (%)
5	0,2433	0,8	0

Neste cenário de dano, considera-se apenas um dano definido por uma redução de 20% na altura relativa da seção transversal da viga em  $x = 0,2433$  m e que as frequências naturais não estão corrompidas por ruído.

Devido à aleatoriedade dos métodos estocásticos, foram realizadas 10 simulações com o método ED e o resultado final apresentado foi obtido com média aritmética envolvendo os resultados parciais. Para a parametrização do método, foram utilizados os seguintes valores: tamanho da população 120, fator de perturbação 0,5, probabilidade de cruzamento 0,9 e número de gerações  $q = 1000$ . O critério de parada adotado foi o número máximo de gerações ou a tolerância do funcional de  $10^{-15}$ . Para validação do resultado, calculam-se os erros relativos das quatro primeiras frequências naturais, antes e depois da identificação de danos.

A Figura 6(a) apresenta a média das dez simulações através do método ED, utilizando a superfície de resposta LI. O resultado obtido mostra que o processo de identificação de danos resultou em um erro significativo na determinação da altura relativa da seção transversal da subestrutura 5. Na Figura 6(b) é apresentado o erro relativo das quatro primeiras frequências naturais, antes e depois da identificação de danos. Observa-se que os erros relativos das frequências naturais consideradas não diminuíram consideravelmente após a atualização dos parâmetros nodais de coesão.

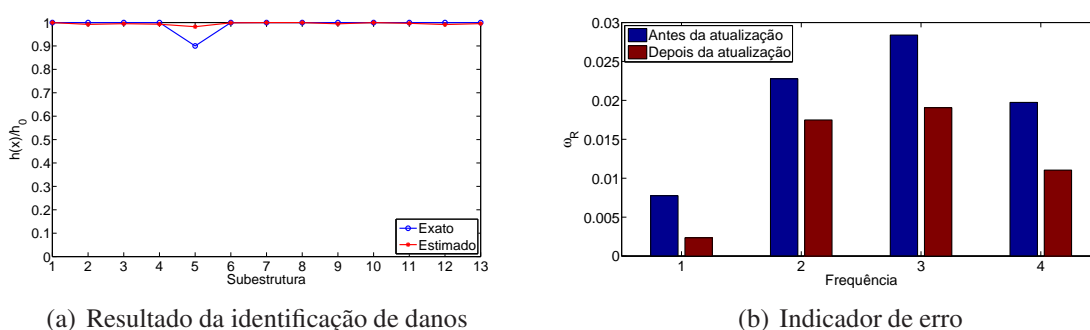


Figura 6: Identificação de danos considerando a superfície de resposta LI

Considerando a Figura 6, pode-se observar que a identificação de danos baseada em um modelo de superfície LI não foi bem sucedida no caso proposto. A Figura 7(a) apresenta a média das dez simulações utilizando o método ED, utilizando a superfície de resposta QP.

Pela Figura 7(a), é possível perceber que o MSR adotado localizou e quantificou o dano com boa acurácia, indicando uma intensidade ligeiramente menor na região afetada. Na Figura

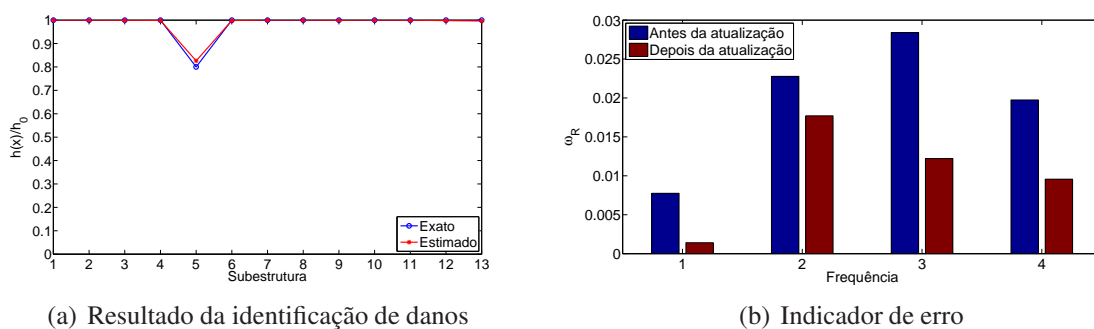


Figura 7: Identificação de danos considerando a superfície de resposta QP

7(b) observa-se que os erros relativos das frequências naturais consideradas, após a atualização dos parâmetros nodais de coesão, não diminuíram consideravelmente após a atualização dos parâmetros nodais de coesão, indicando portanto, pouca confiabilidade no resultado obtido.

A Figura 8(a) apresenta a média das dez simulações utilizando o método ED e a superfície de resposta QI.

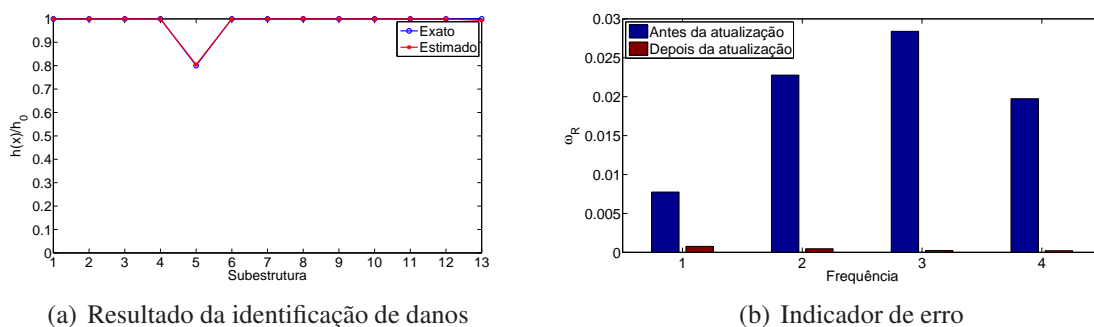


Figura 8: Identificação de danos considerando a superfície de resposta QI

O resultado obtido na Figura 8(a) mostra que, o processo de identificação de danos adotado identificou tanto a localização quanto a intensidade do dano. Pode-se observar na Figura 8(b) que, após a identificação de danos, as frequências naturais previstas pelo modelo são praticamente iguais às frequências experimentais sintéticas da estrutura danificada, validando, portanto, o resultado da identificação de danos apresentado pela Figura 8(a).

Com os resultados apresentados nas Figs. 7 e 8, pode-se concluir que os modelos de superfície de resposta QP e QI resultaram em uma identificação de dano bem sucedida. O indicador de erro associado à superfície QI, Figura 8(b), evidencia a superioridade desta em um problema de identificação de danos.

## 6 CONCLUSÕES

A utilização das frequências naturais em um problema de identificação de danos estruturais mostrou-se bastante adequada, visto que as frequências naturais podem ser facilmente obtidas e que são pouco afetadas por erros de medição. No caso em questão, a viga foi considerada como sendo formada por subestruturas, diminuindo, assim, significativamente o número de parâmetros nodais de coesão a serem considerados na geração das superfícies de resposta. Através

dos resultados obtidos, evidencia-se que a superfície de resposta QI reproduz o melhor ajuste do modelo, representando de forma mais acurada a relação entre os parâmetros de coesão e as frequências naturais da estrutura.

A partir dos resultados obtidos, pode-se concluir que a estratégia adotada é capaz de localizar e quantificar as subestruturas danificadas com elevada acurácia nos casos considerados. A identificação de danos estruturais utilizando o MSR mostrou-se bastante promissora, portanto alguns aspectos podem ser levantados como sugestões para trabalhos futuros. Dentre outros, tem-se: a aplicação do MSR em estruturas do tipo viga, com outras condições de contorno, e estruturas do tipo placa; e a construção de MSR baseado em respostas temporais da estrutura.

## REFERÊNCIAS

- [1] S. E. Fang and R. Perera. A response surface methodology based damage identification technique. *Smart Materials and Structures*, 18:14, 2009.
- [2] Q. T. Guo and L. M. Zhang. Finite element model updating based on response surface methodology. *In: 22nd Int. Modal Analysis Conference and Exposition on Structural Dynamics, Research Institute of Vibration Engineering, P. R. China*, page 14, 2004.
- [3] C. C. Lin and Y. J. Lee. Regression of the response surface of laminated composite structures. *In: Composite Structures*, 62:91–105, 2003.
- [4] P. S. Lopes. *Modelagem de problema inverso de detecção de danos por técnicas de identificação de parâmetros e de otimização*. Tese de doutorado, Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, 2010.
- [5] D. C. Montgomery. *Diseño y analisis de experimentos, 2 ed.* In: Limusa Wiley, 1991.
- [6] I. C. S. S. Rangel. Identificação de danos estruturais a partir do modelo de superfície de resposta. Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2014.
- [7] L. S. Rangel. Identificação de danos estruturais utilizando dados no domínio do tempo provenientes de ensaios de vibração. Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico do Estado do Rio de Janeiro, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2014.
- [8] R. Storn and K. Price. Differential evolution - a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. *In: Journal of Global Optimization*, 11:341–359, 1997.
- [9] L. T. Stutz, D. A. Castello, and F. A. Rochinha. A flexibility-based continuum damage identification approach. *In: Journal of Sound and Vibration*, 279:641–667, 2005.
- [10] A. Tomaszewska. Influence of statistical errors on damage detection based on structural flexibility and mode shape curvature. *In: Computers and Structures*, 88:154–164, 2010.