

## RECONCILIAÇÃO ROBUSTA DE DADOS EM BENEFICIAMENTO DE MINÉRIO UTILIZANDO O SIMULADOR EMSO

Alexandre L. Sampaio, Diego M. Prata e Fernando C. Peixoto

*Departamento de Engenharia Química e de Petróleo da Universidade Federal Fluminense, Niterói, 24210-240, RJ, Brasil*

**Palavras-chave:** Reconciliação de Dados, Estimadores Robustos, Beneficiamento de Minério.

**Resumo.** Este trabalho apresenta um estudo sobre reconciliação de dados em estado estacionário em beneficiamento de minério, com base em uma unidade industrial publicada por Alhaj-Dibo *et al.* [1]. É realizada uma breve revisão bibliográfica sobre reconciliação de dados e sua aplicação em beneficiamento de minério, basicamente: cominuição, flotação e hidrometalurgia. O problema estudado é constituído por 48 variáveis sendo 3 não medidas e 7 corrompidas por erros grosseiros, que invalidam a base estatística comumente adotada. O problema é resolvido no pacote computacional EMSO (Ambiente para Modelagem, Simulação e Otimização) que dispõe de rotinas computacionais propriamente desenvolvidas para reconciliação de dados em estado estacionário com restrições lineares ou não lineares. Resultados satisfatórios são obtidos e o desempenho do simulador EMSO pode ser comprovado, utilizando estimadores robustos para detecção dos múltiplos erros grosseiros.

---

Endereços eletrônicos: [alexandrelannes@id.uff.br](mailto:alexandrelannes@id.uff.br), [pratadiego@gmail.com](mailto:pratadiego@gmail.com), [fpeixoto@vm.uff.br](mailto:fpeixoto@vm.uff.br)

## 1 INTRODUÇÃO

A reconciliação de dados (RD) representa uma etapa crucial para estratégias de controle e otimização em tempo real de processos industriais. Os processos de produção de um mineral ou planta metalúrgica têm como meta operar em condições ótimas, com base em índices de desempenho. Estes podem ser expressos por fatores técnicos, tais como a quantidade de material valioso produzido, ou pela qualidade do material produzido (por exemplo, pureza do metal). Por meio do procedimento de RD, medidas de processo como vazões, concentrações e temperaturas são ajustadas de tal forma a satisfazer restrições, como balanços de massa e energia. Desta forma, a RD tem sido muito utilizada em beneficiamento de minérios.

Neste procedimento, tradicionalmente, é considerado que essas medidas estão sujeitas apenas a erros pequenos, aleatórios e com distribuição Normal, o que resulta no estimador de Mínimos Quadrados Ponderados (MQP). Desta forma, uma reconciliação eficiente requer a eliminação ou compensação de outro tipo de erros não aleatórios, os erros grosseiros que, ao não satisfazer a hipótese de normalidade, invalidam o resultado. Estes erros podem se originar em falhas, má-calibração ou deterioração de sensores e flutuações súbitas de força. Um número considerável de abordagens foi proposto para a detecção de erro grosseiro (DEG). Quando mais de um erro grosseiro está presente é necessária uma estratégia (sequencial ou simultânea) para detectá-los, e isto é conhecido como detecção de múltiplos erros grosseiros (DMEG). A literatura técnica tem mostrado que a utilização de distribuições de probabilidade oriundas da estatística robusta permite realizar a RD e DMEG simultaneamente, sem necessidade de eliminação dos erros grosseiros ou estratégias computacionalmente intensivas.

O simulador EMSO [15] dispõe de rotinas propriamente desenvolvidas para RD em estado estacionário com restrições lineares ou não lineares, incluindo testes tradicionais e estimadores robustos para realizar o procedimento de DMEG.

Seguindo esta direção, este trabalho apresenta um estudo sobre RD e DMEG em estado estacionário em beneficiamento de minério, com base na unidade industrial publicada por Alhaj-Dibo *et al.* [1], utilizando-se o pacote de otimização do simulador EMSO e os estimadores robustos Asad e Qadir, que nunca antes foram utilizados em problemas de RD.

Este trabalho está organizado em cinco seções, além desta introdução. Na seção 2 é realizada a revisão da literatura, ressaltando aplicações de RD em beneficiamento de minério. A seção 3 descreve a formulação do problema de reconciliação robusta de dados. Na seção 4 é apresentado o problema estudado e o critério de avaliação. Na seção 5 são apresentados os resultados. E, finalmente, na seção 6 as conclusões do trabalho são apresentadas.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Conjuntos de dados reais medidos intrinsecamente contêm erros, e desta forma não é de se esperar que obedeçam às leis de conservação como balanços de massa e energia. Portanto, um procedimento de retificação de dados é essencial para obter uma recuperação satisfatória da informação contida nos dados, para sua utilização em diferentes aplicações.

O procedimento mais utilizado na retificação é a RD, onde dados medidos são ajustados de maneira estatisticamente coerente pelo estimador (função objetivo) resultante da formulação de máxima verossimilhança sobre a distribuição estatística dos erros de medição assumida, de forma a satisfazer às leis de conservação e demais restrições impostas (modelo matemático), obtendo estimativas confiáveis para as variáveis e parâmetros do processo. Tradicionalmente é assumida distribuição Normal, que resulta no estimador de MQP.

Para que esta finalidade seja atingida, dois outros procedimentos são geralmente usados

durante o processo de retificação: a classificação das variáveis e a detecção de erros grosseiros. O primeiro determina se a informação disponível é suficiente para resolver o problema de reconciliação. O segundo procura por valores medidos que não seguem a distribuição estatística admitida, uma vez que estes a invalidam.

Prata *et al.* [12] apontaram três abordagens para realizar o procedimento de RD e DMEG simultaneamente: a análise de agrupamentos (clusters), as redes neuronais artificiais e os estimadores robustos, as quais podem ser utilizadas independentemente das restrições (estacionária ou dinâmica; linear ou não linear) e evitam eliminações de medidas com erros.

Os estimadores robustos têm sido muito reportados na literatura técnica para lidar com o problema de RD e DMEG simultaneamente - Reconciliação Robusta de Dados (RRD). Tjoa e Biegler [16] provaram que usando o estimador baseado na distribuição Normal Contaminada (NC), ao invés do tradicional MQP, qualquer valor espúrio presente nas medidas podia ser substituído por valores reconciliados, sem necessitar de esquemas iterativos. Prata *et al.* [12] apresentaram um estudo comparativo entre alguns estimadores robustos em um reator químico. Eles concluiriam que os estimadores Welsch e Lorenziana obtiveram os melhores resultados, comprovando o enorme potencial destes estimadores.

## 2.1 Reconciliação de Dados em Beneficiamento de Minério

RD é um procedimento comprovado para lidar com os erros de medição, estimar os valores das variáveis medidas e não medidas, e, assim, melhorar a confiabilidade dos índices de desempenho calculados de processo. Estes são aspectos importantes para a indústria de processamento metalúrgico e de minerais, já que, em muitos casos, as variáveis estratégicas são medidas com precisão limitada, ou simplesmente não são medidas devido a custos proibitivos [14].

De acordo com a literatura, Weigel [18] foi o pioneiro a endereçar estudos de RD em beneficiamento de minério, operando em estado estacionário, especificamente para um sistema de flotação Cu-Zn. Hodouin *et al.* [8] aplicaram RD em sistemas de flotação Cu-Zn contendo metais preciosos. Estes resultados, em conjunto com análises de microsonda eletrônica, foram utilizados para quantificar as perdas de prata na flotação de limpeza de cobre. Outras aplicações de RD em de estado estacionário em beneficiamento de minério, tais como cominuição [10], moagem [11, 17], extração de ouro [5], pirometalurgia [7, 3, 4], e preparação de cimento/clinker [9] também foram reportadas. RD e DMEG simultânea também foram realizadas em beneficiamento de minério. Du *et al.* [6] utilizaram redes neuronais artificiais e Alhaj-Dibo *et al.* [1] utilizaram estimador "quase robusto" da Normal Contaminada. Recentemente Sbarbaro e DelVillar [14] apresentaram uma revisão completa sobre RD em beneficiamento de minério.

## 3 O PROBLEMA DE RECONCILIAÇÃO ROBUSTA DE DADOS

Existem muitas classes de estimadores robustos, sendo os mais adequados a problemas de regressão, os estimadores-M, que são generalizações de um estimador de máxima verossimilhança [12]. Assumindo que os erros de medição não são correlacionados, o problema de RRD estacionário, de forma generalizada, adota a formulação,

$$\min \sum_i \rho \left( \frac{x_i - z_i}{\sigma_i} \right) = \min \sum_i \rho(\xi_i) \quad (1)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} h[x, u] &= \mathbf{0} \\ g[x, u] &\geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2)$$

onde  $\rho$  é uma função razoavelmente monotônica,  $\xi_i$  e  $\sigma_i$  são, respectivamente, o resíduo padronizado e o desvio padrão da variável discreta medida  $z_i$ ,  $x$  e  $u$  são os vetores das variáveis medidas reconciliadas e não medidas (observáveis) estimadas, respectivamente. Finalmente,  $h$  e  $g$  são as restrições algébricas de igualdade e desigualdade, respectivamente. Apresentam-se nas Eq. (3) a Eq. (5) o estimador MQP e os estimadores robustos de Ali [2] e Qadir [13], respectivamente, como possíveis escolhas para  $\rho$ .

$$\rho_{MQP}(\xi_i) = \frac{\xi_i^2}{2} \quad (3)$$

$$\rho_{Asad}(\xi_i) = \begin{cases} \frac{\xi_i^2}{45c_{AQ}^8} \cdot (3\xi_i^8 - 10c_{AQ}^4\xi_i^4 + 15c_{AQ}^8) & |\xi_i| \leq c_{AQ} \\ \frac{8c_{AQ}^2}{45} & |\xi_i| > c_{AQ} \end{cases} \quad (4)$$

$$\rho_{Qadir}(\xi_i) = \begin{cases} \frac{\xi_i^2}{96c_Q^4} (\xi_i^4 - 3c_Q^2\xi_i^2 + 3c_Q^4) & |\xi_i| \leq c_Q \\ \frac{c_Q^2}{96} & |\xi_i| > c_Q \end{cases} \quad (5)$$

Onde  $c_{AQ}$  e  $c_Q$  são parâmetros de sintonia relacionados à eficiência relativa de cada estimador, sendo esta calculada em relação a uma distribuição de referência, quase sempre adotada a distribuição Normal. Para uma eficiência relativa de 95% o valor de  $c_{AQ}$  e  $c_Q$  são 3,61752 e 4,68506, respectivamente [12].

Métodos usados para mensurar a robustez de um estimador envolvem a chamada função de influência (FI). Para os estimadores-M, a FI corresponde à derivada da função  $\rho$  em relação ao resíduo padronizado ( $\xi_i$ ) e, de maneira simplificada, corresponde ao peso (influência) dado ao efeito da magnitude de um erro grosseiro (mensurado em termos de múltiplos do resíduo padronizado) sobre as estimativas. O estimador MQP não é robusto, pois sua função de influência é  $FI_{MQP} = \xi_i$ , ou seja, a influência de erros grosseiros nas estimativas é ilimitada (falta de robustez) e aumenta proporcionalmente com o aumento da magnitude do erro grosseiro. Pelo contrário, os estimadores Asad e Qadir possuem FI que decrescem de forma limitada tendendo a zero, que anula o efeito negativo de erros grosseiros sobre as estimativas, mesmo com o aumento de sua magnitude, por isso é classificado como "redescending". Já o estimador Fair sofre influência dos erros grosseiros, mesmo que de forma limitada, por isso é classificado como "monótono". Esta comparação é ilustrada na Fig. 1. O estimador NC é "quase robusto", pois sua FI passa a se tornar ilimitada.

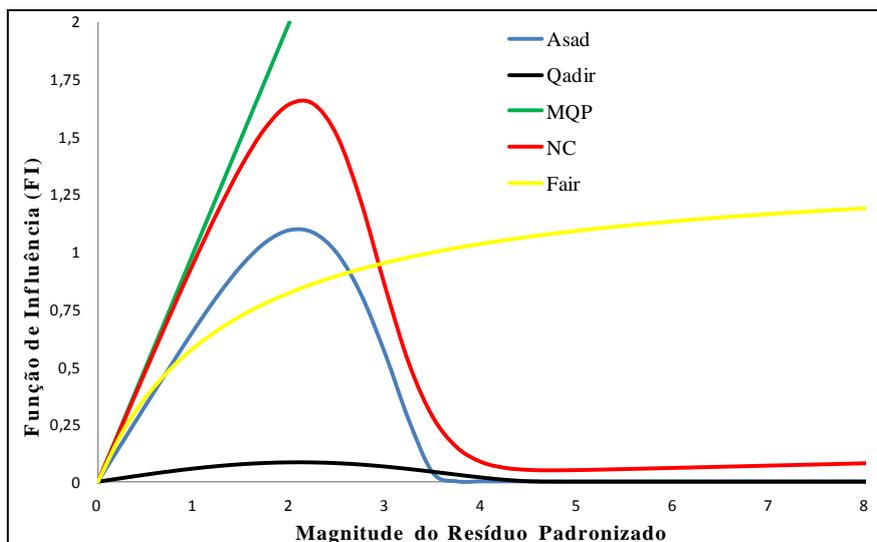


Figura 1 – Comparação de funções de influência (FI).

#### 4 O PROBLEMA DE BENEFICIAMENTO DE MINÉRIO

Este problema foi proposto originalmente por Alhaj-Dibo *et al.* [1], sendo constituído por 16 correntes, cada uma das quais caracterizada pela vazão e por duas composições (que não necessariamente somam 1, pois podem existir mais componentes). Exceto pelas vazões das correntes: 1, 4 e 11, todas as demais variáveis são medidas. Desta forma o problema possui um total de 48 variáveis, sendo 3 não-medidas, todas observáveis. O fluxograma deste processo é ilustrado na Fig. 2.

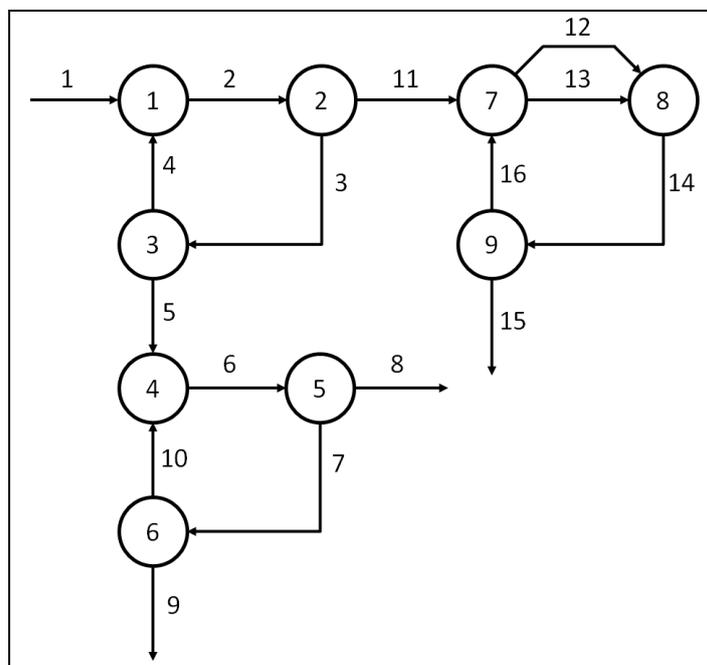


Figura 2 - Fluxograma de beneficiamento de minério [1].

Alhaj-Dibo *et al.* [1] consideraram como modelo matemático, em estado estacionário, o

balanço de massa e o balanço de massa por componente. Neste modelo  $x_i$  representa as vazões para as correntes (i) e  $y_{j,i}$  representa as composições dos componentes (j) nestas correntes.

O conjunto de equações que compõem as restrições do modelo referentes ao balanço de massa é apresentado na Eq. (6).

$$\begin{aligned}
 x_1 + x_4 - x_2 &= 0 \\
 x_2 - x_3 - x_{11} &= 0 \\
 x_3 - x_4 - x_5 &= 0 \\
 x_5 + x_{10} - x_6 &= 0 \\
 x_6 - x_7 - x_8 &= 0 \\
 x_7 - x_9 - x_{10} &= 0 \\
 x_{11} + x_{16} - x_{12} - x_{13} &= 0 \\
 x_{12} + x_{13} - x_{14} &= 0 \\
 x_{14} - x_{15} - x_{16} &= 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

O conjunto de equações que compõem as restrições do modelo referentes ao balanço de massa por componente é apresentado na Eq. (7).

$$\begin{aligned}
 x_1 \cdot y_{1,1} + x_4 \cdot y_{1,4} - x_2 \cdot y_{1,2} &= 0 \\
 x_1 \cdot y_{2,1} + x_4 \cdot y_{2,4} - x_2 \cdot y_{2,2} &= 0 \\
 x_2 \cdot y_{1,2} - x_3 \cdot y_{1,3} - x_{11} \cdot y_{1,11} &= 0 \\
 x_2 \cdot y_{2,2} - x_3 \cdot y_{2,3} - x_{11} \cdot y_{2,11} &= 0 \\
 x_3 \cdot y_{1,3} - x_4 \cdot y_{1,4} - x_5 \cdot y_{1,5} &= 0 \\
 x_3 \cdot y_{2,3} - x_4 \cdot y_{2,4} - x_5 \cdot y_{2,5} &= 0 \\
 x_5 \cdot y_{1,5} + x_{10} \cdot y_{1,10} - x_6 \cdot y_{1,6} &= 0 \\
 x_5 \cdot y_{2,5} + x_{10} \cdot y_{2,10} - x_6 \cdot y_{2,6} &= 0 \\
 x_6 \cdot y_{1,6} - x_7 \cdot y_{1,7} - x_8 \cdot y_{1,8} &= 0 \\
 x_6 \cdot y_{2,6} - x_7 \cdot y_{2,7} - x_8 \cdot y_{2,8} &= 0 \\
 x_7 \cdot y_{1,7} - x_9 \cdot y_{1,9} - x_{10} \cdot y_{1,10} &= 0 \\
 x_7 \cdot y_{2,7} - x_9 \cdot y_{2,9} - x_{10} \cdot y_{2,10} &= 0 \\
 x_{11} \cdot y_{1,11} + x_{16} \cdot y_{1,16} - x_{12} \cdot y_{1,12} - x_{13} \cdot y_{1,13} &= 0 \\
 x_{11} \cdot y_{2,11} + x_{16} \cdot y_{2,16} - x_{12} \cdot y_{2,12} - x_{13} \cdot y_{2,13} &= 0 \\
 x_{12} \cdot y_{1,12} + x_{13} \cdot y_{1,13} - x_{14} \cdot y_{1,14} &= 0 \\
 x_{12} \cdot y_{2,12} + x_{13} \cdot y_{2,13} - x_{14} \cdot y_{2,14} &= 0 \\
 x_{14} \cdot y_{1,14} - x_{15} \cdot y_{1,15} - x_{16} \cdot y_{1,16} &= 0 \\
 x_{14} \cdot y_{2,14} - x_{15} \cdot y_{2,15} - x_{16} \cdot y_{2,16} &= 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

#### 4.1 Critério de Avaliação

Para avaliar a qualidade do resultado dos estimadores robustos sobre os dados corrompidos por erros grosseiros para as estimativas das variáveis medidas será utilizado o critério TER

(*Total Error Reduction*), apresentado na Eq. (8).

$$TER = \frac{\sqrt{\sum \frac{(x_{medido} - x_{exato})^2}{\sigma^2}} - \sqrt{\sum \frac{(x_{reconciliado} - x_{exato})^2}{\sigma^2}}}{\sqrt{\sum \frac{(x_{medido} - x_{exato})^2}{\sigma^2}}} \quad (8)$$

Quanto mais próximo da unidade for o TER obtido, melhor terá sido o resultado, indicando uma diferença pequena entre os valores reconciliados estimados e os exatos. Para a detecção do erro grosseiro será utilizado o teste clássico para 95% de confiança com base na distribuição Normal, apresentado na Eq. (9), uma vez que o desvio padrão ( $\sigma$ ) é conhecido.

$$|x_{reconciliado} - x_{medido}| > 1,96\sigma \quad (9)$$

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 1 são apresentados os dados utilizados por Alhaj-Dibo *et al.* [1] na resolução do problema de RD da planta de beneficiamento de minério analisada.

Tabela 1 – Dados de medição do problema de RD de Alhaj-Dibo *et al.* [1].

	Medidas			Desvio-Padrão		
	x	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	x	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>
1		<b>3,89*</b>	3,44		0,389	0,344
2	26,5	2,7	3,53	1,325	0,27	0,353
3	<b>29,2*</b>	2,52	3,55	1,46	0,252	0,355
4		4,75	5,00		0,475	0,5
5	18,32	2,09	3,29	0,916	0,209	0,329
6	22,02	2,46	3,51	1,101	0,246	0,351
7	<b>20,8*</b>	2,9	3,74	1,04	0,29	0,374
8	9,43	2,01	<b>5,2*</b>	0,472	0,201	0,52
9	8,01	<b>3,71*</b>	3,29	0,401	0,371	0,329
10	4,14	4,15	4,55	0,207	0,415	0,455
11		3,49	4,19		0,349	0,419
12	6,56	3,63	4,34	0,328	0,363	0,434
13	1,04	8,71	6,32	0,052	0,871	0,632
14	7,38	4,24	<b>6,65*</b>	0,369	0,424	0,665
15	4,99	3,49	4,1	0,25	0,349	0,41
16	<b>7,69*</b>	5,15	5,18	0,385	0,515	0,518

\* Erros grosseiros.

Alhaj-Dibo *et al.* [1] utilizaram o estimador "quase-robusto" Normal Contaminada para minimizar o efeito negativo dos erros grosseiros sobre as estimativas das variáveis. No presente trabalho, para resolver este problema utilizou-se os estimadores robustos Asad e Qadir, sendo necessário programá-los no pacote de otimização do simulador EMSO, uma vez que estes estimadores não fazem parte daqueles pré-programados no pacote de reconciliação deste software. Na Tabela 2, além dos resultados obtidos com estes dois estimadores robustos, estão disponíveis também os resultados obtidos por Alhaj-Dibo *et al.* [1].

Para que o critério comparativo de desempenho TER seja utilizado é necessário conhecer os valores "exatos" (base de simulação) das variáveis e que estas sejam medidas. Alhaj-Dibo *et al.* [1] disponibilizaram os valores exatos apenas para as variáveis corrompidas por erros grosseiros. Assim, apresentam-se na Tabela 3 os valores exatos, reconciliados, medidos e seus respectivos desvios-padrão, bem como os critérios TER e de DMEG, com base nas Eq. (8) e (9), respectivamente.

Tabela 2 – Resultados obtidos por Alhaj-Dibo *et al.* [1] e pelo presente trabalho.

	Alhaj-Dibo <i>et al.</i>			Asad			Qadir		
	X	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	X	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	X	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>
1	22,580	2,430	3,460	22,72210	2,39882	3,44757	22,68890	<b>2,43796</b>	3,47724
2	25,540	2,700	3,640	26,39300	2,72503	3,66314	26,36070	2,75808	3,68856
3	<b>20,670</b>	2,500	3,510	<b>21,43170</b>	2,52367	3,54310	<b>21,39910</b>	2,55968	3,57295
4	2,960	4,760	4,980	3,67095	4,74418	4,99747	3,67177	4,73615	4,99431
5	17,710	2,120	3,270	17,76070	2,06471	3,24249	17,72740	2,10886	3,27854
6	21,870	2,500	3,510	21,90580	2,46013	3,49248	21,88320	2,49806	3,52410
7	<b>12,290</b>	2,900	3,720	<b>12,28860</b>	2,82026	3,72437	<b>12,28880</b>	2,86409	3,72101
8	9,570	2,000	<b>3,250</b>	9,61722	1,99998	<b>3,19618</b>	9,59439	2,02926	<b>3,27178</b>
9	8,140	<b>2,270</b>	3,290	8,14350	<b>2,14115</b>	3,29718	8,13296	<b>2,20279</b>	3,28646
10	4,150	4,140	4,560	4,14506	4,15444	4,56362	4,15583	4,15811	4,57148
11	4,870	3,550	4,160	4,96136	3,59486	4,18171	4,96158	3,61376	4,18713
12	6,650	3,500	4,280	6,49428	3,44309	4,25115	6,52085	3,46632	4,26023
13	1,040	8,590	6,300	1,03515	8,68696	6,30916	1,03973	8,64335	6,29372
14	7,690	4,190	<b>4,550</b>	7,52943	4,16402	<b>4,53409</b>	7,56058	4,17826	<b>4,53988</b>
15	4,870	3,550	4,160	4,96136	3,59486	4,18171	4,96158	3,61376	4,18713
16	<b>2,820</b>	5,290	5,230	<b>2,56808</b>	5,26358	5,21486	<b>2,59900</b>	5,25566	5,21319

Tabela 3 – Resultados da RD e DMEG para o problema de Alhaj-Dibo *et al.* [1].

Variável	x <sub>3</sub>	x <sub>7</sub>	x <sub>16</sub>	y <sub>1,1</sub>	y <sub>1,9</sub>	y <sub>2,8</sub>	y <sub>2,14</sub>	TER
Desvio Padrão	1,460	1,040	0,385	0,389	0,371	0,520	0,665	*
Valor Exato	21,20	12,80	2,69	2,39	2,21	3,20	4,65	*
Valor Medido	29,20	20,80	7,69	3,89	3,71	5,20	6,65	*
Alhaj-Dibo	20,67	12,29	2,82	2,43	2,27	3,25	4,55	0,9579
Asad (EMSO)	21,4317	12,2886	2,5681	2,3988	2,1412	3,1962	4,5341	0,9628
Qadir (EMSO)	21,3991	12,2888	2,5990	2,4380	2,2028	3,2718	4,5399	<b>0,9652</b>
DEG Alhaj-Dibo	5,84	8,18	12,65	3,75	3,88	3,75	3,16	*
DEG Asad	5,32	8,18	13,30	3,83	4,23	3,85	3,18	*
DEG Qadir	5,34	8,18	13,22	3,73	4,06	3,71	3,17	*

Na Tabela 3 observa-se com clareza que o estimador robusto Qadir, calculado com o auxílio do software EMSO, obteve o maior valor para o critério TER (0,9652), e consequentemente o melhor resultado na presença de múltiplos erros grosseiros para o

sistema de beneficiamento de minério enunciado por Alhaj-Dibo *et al.* [1]. O estimador Normal Contaminada, utilizado por Alhaj-Dibo *et al.* [1], os estimadores Asad e Qadir, detectaram corretamente os erros grosseiros nas variáveis corrompidas, uma vez que todos os valores apresentados para o teste de detecção foram maiores do que 1,96. Estes resultados mostram, também, a essência da utilização dos estimadores robustos que são capazes de realizar o procedimento de RD e DMEG simultaneamente, evitando estratégias para DMEG com base em procedimentos iterativos, em geral computacionalmente intensivos.

Cabe ressaltar que, com o modelo matemático, os dados medidos e seus respectivos desvios-padrão apresentados em detalhes, este trabalho pode ser, indubitavelmente, reproduzido em outros pacotes computacionais e com outros estimadores robustos.

## 6 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um estudo sobre o procedimento de RD e DMEG realizado simultaneamente por meio da utilização de estimadores robustos, em uma unidade de beneficiamento de minério anteriormente publicada por Alhaj-Dibo *et al.* [1]. Comparou-se o desempenho do estimador Normal Contaminada utilizado por Alhaj-Dibo *et al.* [1] e os estimadores Asad e Qadir, que nunca antes haviam sido utilizados em problemas de RD e DMEG. Os resultados mostraram que o estimador Qadir obteve melhor desempenho dentre os três e que todos eles detectaram corretamente os erros grosseiros presentes nas medidas, levando em conta o teste clássico para 95% de confiança com base na distribuição Normal. Embora os estimadores Asad e Qadir não estejam presentes no pacote de reconciliação do simulador EMSO, foi possível utilizá-los, programando o problema de RD no pacote de Otimização deste software. Com isto, houve a comprovação do bom desempenho do software EMSO em um exemplo não linear de dimensão considerada.

### *Agradecimentos*

Os autores agradecem ao CNPq pelo suporte financeiro.

## REFERÊNCIAS

- [1] M. Alhaj-Dibo, D. Maquin e J. Ragot. Data reconciliation: A robust approach using a contaminated distribution. *Control Engineering Practice*, 16:159-170, 2008.
- [2] A. Ali e M. F. Qadir. A Modified M-estimator for the Detection of Outliers. *Pakistan Journal of Statistics and Operational Research*, 1:49-64, 2005.
- [3] C. Bazin, D. Hodouin, C. Duchesne, J. Thibault e A. R. Trusiak. Reconciliation of mass and energy data measurements: application to a rotary dryer. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 37:333-342, 1998.
- [4] C. Bazin, S. Rochon-Temblay e C. Gosselin. Estimation of gas flow rates and pellets temperature in an iron oxide induration furnace. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 42:301-312, 2003.
- [5] L. R. P. De Andrade Lima. Nonlinear data reconciliation in gold processing plants. *Minerals Engineering*, 19:938-951, 2006.

- [6] Y. G. Du, J. Thibault e D. Hodouin. Data reconciliation for simulated flotation process. *Artificial Intelligence in Engineering*, 11:357-364, 1997.
- [7] J. J. Eksteen, S. J. Frank e A. M. Reuter. Dynamic structures in variance based data reconciliation adjustments for a chromite smelting furnace. *Minerals Engineering*, 15:931-943, 2002.
- [8] D. Hodouin, M. Garon, M. Rémillard e M. Thérien. Assessment of precious metal distribution in Lac Mattagami flotation plant by computer mass balance calculation. *Canadian Mining and Metallurgical Bulletin*, 81:62–69, 1988.
- [9] D. Hodouin, T. Gelpe e M. D. Everell. Sensitivity analysis of material balance calculations- an application to a cement clinker grinding circuit. *Powder Technology*, 3:139–153, 1982.
- [10] D. Hodouin, T. Kasongo, E. Kouamé e M. D. Everell. BILMAT: an algorithm for material balancing mineral processing circuits: applications to comminution, desliming and flotation units. *Canadian Mining and Metallurgical Bulletin*, 74:123–131, 1981.
- [11] A. L. Mular, R. G. Bradburn, B. C. Flintoff e C. R. Larsen. Mass balance of a grinding circuit. *Canadian Mining and Metallurgical Bulletin*, 69:124–129, 1976.
- [12] D. M. Prata, J. C. Pinto e E. L. Lima. Comparative analysis of robust estimators on nonlinear dynamic data reconciliation. *Computer Aided Chemical Engineering*, 25:501–506, 2008.
- [13] M. F. Qadir. Robust method for detection of single and multiple outliers. *Scientific Khyber*, 9:135-144, 1996.
- [14] D. Sbarbaro e R. Del Villar. *Advanced Control and Supervision of Mineral Processing Plants*, 1a ed. Springer, London, 2010.
- [15] R. P. Soares e A. R. Secchi. EMSO: Environment for Modelling, Simulation and Optimisation. *Computer Aided Chemical Engineering*, 14:947–952, 2003.
- [16] I. B. Tjoa e L. T. Biegler. Simultaneous strategy for data reconciliation and gross error detection of nonlinear systems. *Computers & Chemical Engineering*, 15:679-690, 1991.
- [17] J. W. White, R. L. Winslow e G. J. Rossiter. A useful technique for metallurgical mass balances-applications in grinding. *International Journal of Mineral Processing*, 4:39–49, 1977.
- [18] R. I. Wiegel. Advances in mineral processing material balance. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 11:413-424, 1972.