

COMPARAÇÃO DOS MODELOS DE DARCY, FORCHHEIMER E BARREE E CONWAY NA SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS DE GÁS

Grazione de Souza e Helio P. A. Souto

Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Caixa Postal 97282, 28610-974 Nova Friburgo, RJ, Brasil

Palavras-chave: Equação de Forchheimer, Escoamento de Gás, Fluxo Não-Darcy, Método de Diferenças Finitas, Modelo de Barree e Conway.

Resumo. Neste trabalho, um simulador numérico tridimensional de reservatórios de hidrocarbonetos foi utilizado com o intuito de comparar os resultados obtidos com diferentes modelos para a equação de *momentum*, e considerando o escoamento de gases em meios porosos heterogêneos. A conhecida lei de Darcy, válida para escoamentos a baixo número de Reynolds, foi aplicada e os efeitos inerciais foram modelados usando: i) a equação de Forchheimer e ii) o modelo de Barree e Conway. O conjunto de equações governantes, para o escoamento estudado, é formado pela conservação da massa, pelo balanço da quantidade de movimento linear e por uma equação de estado. Uma equação diferencial parcial não-linear para a variável pressão é obtida, a partir das equações de balanço e de estado, e é discretizada via o método de Diferenças Finitas com uma formulação totalmente implícita no tempo. O sistema de equações algébricas resultante do processo de discretização é resolvido numericamente por um método do tipo Gradientes Conjugados com pré-condicionamento, apropriado para matrizes simétricas. As soluções, obtidas para a pressão no poço produtor de gás, mostraram a influência das diferentes equações de *momentum* na modelagem do escoamento e reforçaram a necessidade de uma caracterização de reservatórios acurada, para que modelos apropriados para o uso em escoamentos inerciais sejam aplicados no gerenciamento da produção de hidrocarbonetos.

E-mail addresses: gsouza@iprj.uerj.br, helio@iprj.uerj.br

1 INTRODUÇÃO

Desde a década de 1960, a simulação numérica de reservatórios de petróleo vem aumentando a sua importância na indústria de petróleo e gás. Simulações numéricas têm sido utilizadas no estudo, por exemplo, de escoamentos em meios porosos, da gestão de reservatórios, da dinâmica de poços e da caracterização de reservatórios. Portanto, a modelagem numérica vem sendo empregada, com êxito, a fim de se obter um processo otimizado de produção nos poços, de modo a se garantir que a recuperação de hidrocarbonetos seja maximizada.

Conforme já mencionado, a simulação numérica de reservatórios, portadores de hidrocarbonetos, tem se tornado cada vez mais relevante nas atividades de gerenciamento de reservatórios. Para alguns casos mais simples, como o escoamento unidimensional de um fluido ligeiramente compressível, existem soluções analíticas para a determinação do fluxo em meios porosos. Por outro lado, para sistemas mais complexos e escoamentos mais realísticos, a simulação numérica tem se mostrado uma ferramenta valiosa no estudo do escoamento de fluidos compressíveis e incompressíveis em meios porosos heterogêneos [9].

Em se tratando do escoamento de gases, as equações governantes são não-lineares devido às propriedades do fluido serem dependentes da pressão reinante no reservatório [10, 12]. Além disso, não-linearidades podem aparecer em função dos efeitos inerciais em escoamentos do tipo não-Darcy [22]. Exemplos de problemas relevantes de simulações numéricas envolvendo o escoamento de gases podem ser encontrados em [6, 10, 12, 21].

Em geral, escoamentos em meios porosos são modelados a partir da lei de Darcy. Entretanto, em alguns casos, os efeitos inerciais podem levar a resultados que não estão de acordo com essa lei. Situações onde estes efeitos podem ser relevantes ocorrem no escoamento de gases em meios fraturados e no escoamento próximo aos poços.

A equação de Forchheimer é um exemplo bem conhecido de um modelo para escoamentos inerciais [21]. Barree e Conway [3] também propuseram um outro modelo que incorpora os efeitos inerciais em escoamentos em meios porosos. Segundo Barree e Conway [3], normalmente, o fluido deve acelerar ao passar por gargantas de poro estreitas e desacelerar quando entra em poros maiores. Portanto, as repetidas mudanças de velocidade conduzem a quedas de pressão associadas aos efeitos inerciais [2, 3]. Estes efeitos são responsáveis pela redução da permeabilidade “aparente” associada ao escoamento do tipo não-Darcy.

O principal objetivo deste trabalho é o estudo comparativo das previsões fornecidas, para a simulação numérica do escoamento monofásico, em um reservatório tridimensional de gás com um poço produtor vertical, pela lei de Darcy tradicional, pela equação de Forchheimer e pelo modelo de Barree e Conway.

2 MODELAGEM FÍSICO-MATEMÁTICA

Uma equação diferencial parcial, para a determinação da pressão do escoamento no meio poroso, é obtida usando-se as equações de balanço de massa, quantidade de movimento linear e de estado, considerando-se as seguintes hipóteses:

- meio poroso heterogêneo;
- permeabilidades constantes;
- compressibilidade da rocha pequena e constante;
- fluido Newtoniano;

- reservatório de gás seco;
- fluido de composição química constante;
- escoamento monofásico e isotérmico.

2.1 Equações Governantes para o Escoamento em Meio Poroso

A equação da conservação de massa, no escoamento em meios porosos, pode ser escrita como

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi\rho) + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) - \frac{q_m}{V_b} = 0, \quad (1)$$

onde ϕ é a porosidade, ρ a massa específica, \mathbf{v} a velocidade superficial de escoamento, q_m indica um termo fonte e V_b é o volume da formação (rocha e poros).

Para o fluxo de um gás real, a massa específica é uma função não-linear da pressão e introduz-se o Fator-Volume-Formação, simbolizado por B [9], de modo que

$$B = \frac{V}{V_{sc}} = \frac{\rho_{sc}}{\rho} = \frac{p_{sc}TZ}{T_{sc}p}, \quad (2)$$

onde V é o volume de fluido nas condições de reservatório, V_{sc} o volume de fluido em condições padrão, T a temperatura, p a pressão, Z simboliza o fator de compressibilidade (função de p e T), e ρ_{sc} , p_{sc} e T_{sc} são a massa específica, a pressão e a temperatura em condições padrão, respectivamente.

Em seguida, uma forma geral, que expressa a conservação da quantidade de movimento linear, é escrita modificando-se a lei clássica de Darcy:

$$\mathbf{v} = -\frac{\mathbf{k}_{mod}}{\mu} [\nabla p - \rho g \nabla D], \quad (3)$$

onde $\mathbf{k}_{mod} = \mathbf{k}$ para a lei original de Darcy, $\mathbf{k}_{mod} = \delta\mathbf{k}$ para a equação de Forchheimer e $\mathbf{k}_{mod} = \mathbf{k}_{BC}\mathbf{k}$ para o modelo de Barree e Conway. O tensor \mathbf{k} representa o tensor de permeabilidade absoluta do meio poroso, μ a viscosidade do fluido, ∇D o gradiente de profundidade, g a magnitude da aceleração da gravidade e δ e \mathbf{k}_{BC} serão introduzidos na sequência, em função do modelo inercial. Para o escoamento de um gás, a viscosidade deve ser modelada como sendo uma função da temperatura e da pressão [9].

Após a realização de experimentos com escoamentos de gases, Forchheimer modificou a lei de Darcy com o objetivo de incluir os efeitos inerciais no balanço da quantidade de movimento [23]

$$\delta = \left(\mathbf{1} + \frac{\rho\beta\mathbf{k}|\mathbf{v}|}{\mu} \right)^{-1}, \quad (4)$$

na qual β é descrito na forma

$$\beta = c_1\mathbf{k}^{c_2}\phi^{c_3}\tau_p^{c_4}, \quad (5)$$

onde τ_p representa o tensor de tortuosidade do meio poroso, enquanto que c_1 , c_2 , c_3 e c_4 são constantes para uma dada formação rochosa. β pode ser obtido através de dados de produção ou a partir de experimentos de fluxo em meios porosos [17].

Barree e Conway [3] propuseram uma outra forma de incorporar os efeitos inerciais na modelagem do escoamento em meios porosos, na qual a permeabilidade é considerada de forma diferenciada [14]. A permeabilidade k é substituída por uma permeabilidade aparente $k_{app} = k_{BC}k$, dependente da vazão e com k_{BC} sendo definido por

$$k_{BC} = \left[k_{mr} + \frac{1 - k_{mr}}{1 + \left(\frac{\rho|\mathbf{v}|}{\mu\tau_c} \right)} \right], \quad (6)$$

onde $k_{mr} = k_{min}k^{-1}$, sendo k_{min} um valor mínimo da permeabilidade para altas vazões de escoamento e τ_c possui a dimensão do inverso de um comprimento característico [3].

De acordo com Lai et al. [14], o modelo de Barree e Conway apresenta algumas vantagens quando comparado a outras equações aplicadas na modelagem do balanço de momento linear no escoamento em meios porosos. Usando o modelo de Barree e Conway, uma única equação pode ser usada para descrever uma ampla faixa de escoamentos. Além disso, regiões de transição entre os regimes de escoamento seriam melhor capturadas. Lai et al. [14] também relataram que o modelo de Barree e Conway captura um *plateau* relacionado às altas vazões de escoamento (descrito na literatura) e também recupera resultados da lei clássica de Darcy e da equação de Forchheimer, para algumas faixas de velocidades de escoamento [14].

Considerando-se que os modelos de Forchheimer e Barree e Conway levassem aos mesmos resultados, isto resultaria em

$$\left(1 + \frac{\rho\beta k|\mathbf{v}|}{\mu} \right)^{-1} = k_{mr} + \frac{1 - k_{mr}}{1 + \left(\frac{\rho|\mathbf{v}|}{\mu\tau_c} \right)}. \quad (7)$$

Jones [13], baseado em medidas obtidas para β , para diferentes valores de permeabilidade, sugeriu uma relação entre β e k na forma

$$\beta = 6,15 \cdot 10^{10} k^{-1,55}, \quad (8)$$

para k expresso em md e valores de β dados em 1/ft, e ela é conhecida na literatura como a correlação de Jones. De fato, existem diversas propostas na literatura para a determinação de β , baseadas em cálculos teóricos, em experimentos em laboratório ou em dados de produção. Uma revisão com diferentes correlações para a determinação de β , indicadas para o seu uso em diferentes aplicações, pode ser encontrada em Li e Engler [16]. Dentre as correlações revisadas pelos autores encontram-se

$$\beta = 1,82 \cdot 10^8 k^{-5/4} \phi^{-3/4} \quad (9)$$

proposta por Janicek e Katz [11], na qual k é dado em md e β em 1/cm, e a correlação

$$\beta = 8,91 \cdot 10^8 k^{-1} \phi^{-1} \tau_p \quad (10)$$

sugerida por Liu et al. [18], com k em md e β em 1/ft. Os valores dos coeficientes usados na Eq. (5), por cada um dos três modelos apresentados, encontram-se agrupados na Tabela 1.

Barree e Conway [3] relataram que os resultados obtidos com a correlação proposta por Jones [13] desviam dos valores experimentais para faixas de permeabilidade elevadas, e que neste caso, uma função não-linear se ajustaria melhor aos dados. Considerando as faixas de

Tabela 1: Diferentes correlações para o cálculo de β

Modelo	c_1	c_2	c_3	c_4
Jones [13]	$6,15 \cdot 10^{10}$	$-1,55$	0	0
Janicek e Katz [11]	$1,82 \cdot 10^8$	$-5/4$	$-3/4$	0
Liu et al. [18]	$8,91 \cdot 10^8$	-1	-1	1

β estudadas em [13], para as quais os desvios com relação à equação de Forchheimer são pequenos, τ_c pode ser determinado usando-se

$$\tau_c = \mathbf{k}^{-1} \beta^{-1}, \quad (11)$$

o qual é obtido tomando-se $\mathbf{k}_{mr} = \mathbf{0}$ na Eq. (7).

2.2 Equação da Difusividade Hidráulica

Com o objetivo de obter-se uma equação para a variável primitiva pressão, o balanço de massa, Eq. (1), a equação de estado para um gás real, Eq. (2), e a expressão modificada para o balanço da quantidade de movimento linear, Eq. (3), são consideradas como equações fundamentais.

Primeiramente, substitui-se a Eq. (3) na Eq. (1), aplicando-se em conjunto a Eq. (2). O resultado é, então, multiplicado por V_b . Neste desenvolvimento considera-se que

$$q_m = -J_w(p - p_{wf})\rho_{sc}, \quad (12)$$

onde J_w é o índice de produtividade, p_{wf} a pressão no poço produtor [9] e utiliza-se a relação

$$\phi = \phi^0 [1 + c_\phi (p - p^0)], \quad (13)$$

na qual ϕ^0 e p^0 são a porosidade e a pressão de referência e c_ϕ a compressibilidade da rocha [9]. Após realizadas todas as devidas substituições é possível escrever-se

$$\Gamma \frac{\partial p}{\partial t} - V_b \nabla \cdot \left[\frac{\mathbf{k}_{mod}}{B\mu} \nabla p \right] + J_w(p - p_{wf}) + \Lambda_G = 0, \quad (14)$$

onde

$$\Gamma = V_b \left[\phi^0 \left(\frac{c_\phi}{B} \right) + \phi \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{B} \right) \right], \quad (15)$$

sendo $\Lambda_G = V_b G$, com G incluindo os efeitos gravitacionais. O índice J_w é uma função de alguns parâmetros, tais como das propriedades do fluido, da rocha e da geometria do reservatório [8].

Considerando-se o sistema de coordenadas Cartesianas, a condição inicial para a pressão é dada por

$$p(x, y, z, t = 0) = p_{ini}(z), \quad (16)$$

onde p_{ini} é uma função de z , a profundidade do reservatório. Em geral, é dada a pressão P_i no topo do reservatório e a distribuição p_{ini} é determinada pela hidrostática.

As condições de fronteira externa para o reservatório são do tipo fluxo nulo

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{x=0,L_x} = \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{y=0,L_y} = \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{z=0,L_z} = 0, \quad (17)$$

onde L_x , L_y e L_z são os comprimentos do reservatório nas direções x , y e z , respectivamente.

3 SOLUÇÃO NUMÉRICA

Na discretização da equação diferencial parcial (14), escrita em termos da pressão, é empregado o método de Diferenças Finitas [9], enquanto que o método dos Gradientes Conjugados pré-condicionado (PCG) é utilizado na resolução numérica do sistema de equações algébricas.

3.1 Discretização da Equação de Difusividade Hidráulica

A Fig. 1 mostra uma representação esquemática da discretização do reservatório, usando o sistema tridimensional de coordenadas Cartesianas. Os índices i , j e k indicam os centros das células ao longo das direções x , y e z , respectivamente. Os índices fracionários $i \pm 1/2$, j , k ; i , $j \pm 1/2$, k ; e i , j , $k \pm 1/2$ representam as fronteiras das células.

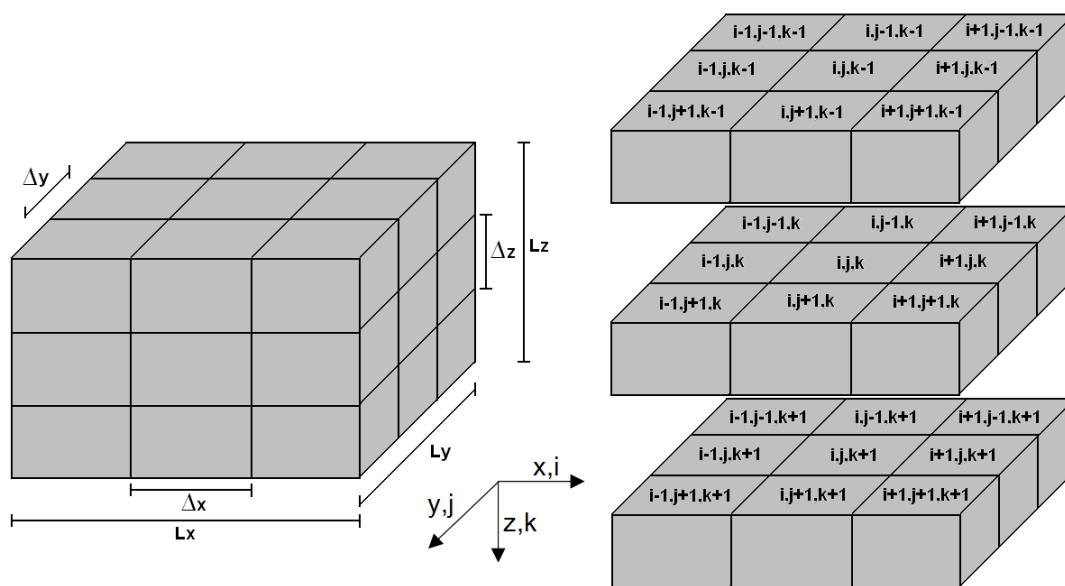


Figura 1: Discretização do reservatório empregando uma malha estruturada

Neste trabalho, supõe-se um meio anisotrópico com k_{mod} sendo um tensor diagonal, com componentes não nulas $k_{mod,xx}$, $k_{mod,yy}$, e $k_{mod,zz}$. Portanto,

$$\Gamma \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_{mod,xx} A_x}{B\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_{mod,yy} A_y}{B\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \Delta y - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_{mod,zz} A_z}{B\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \Delta z - q_{sc} = -\Lambda_G, \quad (18)$$

considerando-se que $q_{sc} = q_m / \rho_{sc}$, $V_b = \Delta x \Delta y \Delta z$, $A_x = \Delta y \Delta z$, $A_y = \Delta x \Delta z$ e $A_z = \Delta x \Delta y$ [9].

Usando-se blocos centrados, aproximações do tipo diferença avançada no tempo e centradas no espaço [9] chega-se à forma final discretizada para a formulação totalmente implícita

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Gamma_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta t} (p_{i,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^n) - T_{x,i-\frac{1}{2},j,k}^{n+1} (p_{i-1,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}) - T_{x,i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} (p_{i+1,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}) \\
 & - T_{y,i,j-\frac{1}{2},k}^{n+1} (p_{i,j-1,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}) - T_{y,i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} (p_{i,j+1,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}) \\
 & - T_{z,i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+1} (p_{i,j,k-1}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}) - T_{z,i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} (p_{i,j,k+1}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}) \\
 & - J_{w,i,j,k}^{n+1} (p_{wf,i,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}) = -(\Lambda_G)_{i,j,k}^{n+1}
 \end{aligned} \tag{19}$$

onde as transmissibilidades foram introduzidas como sendo dadas por

$$T_{x,i\pm\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = \left(\frac{k_{mod,xx} A_x}{B\mu\Delta x} \right)_{i\pm\frac{1}{2},j,k}^{n+1}; \tag{20}$$

$$T_{y,i,j\pm\frac{1}{2},k}^{n+1} = \left(\frac{k_{mod,yy} A_y}{B\mu\Delta y} \right)_{i,j\pm\frac{1}{2},k}^{n+1}; \tag{21}$$

$$T_{z,i,j,k\pm\frac{1}{2}}^{n+1} = \left(\frac{k_{mod,zz} A_z}{B\mu\Delta z} \right)_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}^{n+1} \tag{22}$$

sendo que uma média harmônica é utilizada na determinação das transmissibilidades nas interfaces das células e [9]

$$\Gamma_{i,j,k}^{n+1} = V_{b,i,j,k} \left\{ \frac{\phi^0 c_\phi}{B^{n+1}} + \frac{\phi^n}{B^n} \left[\frac{(B^n/B^{n+1}) - 1}{p^{n+1} - p^n} \right] \right\}_{i,j,k}. \tag{23}$$

3.2 Resolução Numérica em Termos da Pressão

Escrita para cada célula, a Eq. (19) leva a um conjunto de equações algébricas não-lineares em termos da variável pressão. A fim de que se possa empregar técnicas de resolução de sistemas de equações lineares, necessita-se linearizar este sistema. Admitindo-se que para uma iteração da transmissibilidade $T^{n+1} \cong T^{n+1,v}$ [9], a Eq. (19) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\Gamma_{i,j,k}^{n+1,v}}{\Delta t} \right) (p_{i,j,k}^{n+1,v+1} - p_{i,j,k}^n) - T_{x,i-\frac{1}{2},j,k}^{n+1,v} (p_{i-1,j,k}^{n+1,v+1} - p_{i,j,k}^{n+1,v+1}) - T_{x,i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1,v} (p_{i+1,j,k}^{n+1,v+1} - p_{i,j,k}^{n+1,v+1}) \\
 & - T_{y,i,j-\frac{1}{2},k}^{n+1,v} (p_{i,j-1,k}^{n+1,v+1} - p_{i,j,k}^{n+1,v+1}) - T_{y,i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1,v} (p_{i,j+1,k}^{n+1,v+1} - p_{i,j,k}^{n+1,v+1}) \\
 & - T_{z,i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+1,v} (p_{i,j,k-1}^{n+1,v+1} - p_{i,j,k}^{n+1,v+1}) - T_{z,i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1,v} (p_{i,j,k+1}^{n+1,v+1} - p_{i,j,k}^{n+1,v+1}) \\
 & - J_{w,i,j,k}^{n+1,v} (p_{wf,i,j,k}^{n+1,v+1} - p_{i,j,k}^{n+1,v+1}) = -(\Lambda_G)_{i,j,k}^{n+1,v},
 \end{aligned} \tag{24}$$

sendo os níveis de iteração indicados por v (valores conhecidos) e $v+1$ (valores desconhecidos). O mesmo procedimento é usado para os termos $\Gamma_{i,j,k}$ e J_w .

Para descrever-se o acoplamento poço-reservatório para um escoamento monofásico, necessita-se de uma equação para a determinação da taxa de escoamento no poço e precisa-se calcular J_w . Neste trabalho, somente poços verticais são tratados e os efeitos de perdas devidas ao atrito e os efeitos inerciais são desconsiderados no interior do poço. Na modelagem do acoplamento, a vazão total de fluxo no poço, Q_{sc} , deve ser igual ao somatório do fluxo de gás deixando as células (em direção ao poço) que estão conectadas ao poço, assim [9]

$$Q_{sc} = - \sum_{k=1}^{n_z} J_{w,i,j,k}^{n+1,v} \left[p_{i,j,k}^{n+1,v+1} - (p_{wf})_{i,j,k}^{n+1,v+1} \right] \quad (25)$$

para um poço trespassando n_z camadas. Adotando-se um nível como sendo o de referência ($k = W$) para o cômputo da pressão no poço e levando-se em consideração os efeitos gravitacionais no interior do mesmo, é possível escrever [9]

$$(p_{wf})_{i,j,W}^{n+1,v+1} = \frac{\sum_{k=1}^{n_z} J_{w,i,j,k}^{n+1,v} \left[(p_{wf})_{i,j,k}^{n+1,v+1} - (\rho g)_{i,j,k+1/2}^{n+1,v} (z_{i,j,k} - z_{i,j,W}) \right] + Q_{sc}}{\sum_{k=1}^{n_z} J_{w,i,j,k}^{n+1,v}} \quad (26)$$

para $\rho_{i,j,k+1/2}^{n+1,v}$ sendo calculado como uma média entre os valores $\rho_{i,j,k}^{n+1,v}$ e $\rho_{i,j,W}^{n+1,v}$, e

$$(p_{wf})_{i,j,k}^{n+1,v+1} = (p_{wf})_{i,j,W}^{n+1,v+1} + (\rho g)_{i,j,k+1/2}^{n+1,v} (z_{i,j,k} - z_{i,j,W}). \quad (27)$$

Para o índice de produtividade, J_w , usa-se

$$J_{w,i,j,k}^{n+1,v} = \left[\frac{2\pi \sqrt{k_{mod,xx} k_{mod,yy}} \Delta z}{\mu B \ln(r_{eq}/r_w)} \right]_{i,j,k}^{n+1,v} \quad (28)$$

e

$$r_{eq,i,j,k}^{n+1,v} = 0,28 \left[\frac{\sqrt{k_{mod,yy}/k_{mod,xx}} (\Delta x)^2 + \sqrt{k_{mod,xx}/k_{mod,yy}} (\Delta y)^2}{(k_{mod,yy}/k_{mod,xx})^{1/4} + (k_{mod,xx}/k_{mod,yy})^{1/4}} \right]_{i,j,k}^{n+1,v}, \quad (29)$$

onde r_{eq} é o raio equivalente [19] e r_w o raio do poço. A fim de que os efeitos inerciais sejam levados em consideração, as permeabilidades modificadas são utilizadas na determinação de J_w e r_{eq} empregando-se as Eqs. (28) e (29), respectivamente [1].

As Eqs. (24) e (26) formam um sistema de equações para a determinação da pressão no reservatório e no poço. Este sistema de equações, linearizado, é resolvido numericamente por uma técnica de fatorização aproximada. Esta técnica possui a capacidade de tratar de problemas que representam situações práticas de interesse, nas quais as heterogeneidades estão presentes e, devido às escalas consideradas, podem impactar na variabilidade das propriedades da matriz dos coeficientes (condição da matriz). A versão para matrizes simétricas do método dos Gradientes Conjugados, com pré-condicionamento, foi empregada para a resolução do sistema de equações algébricas (24) e (26), utilizando uma matriz de condicionamento de Jacobi (diagonal) [9, 20]. A solução do processo iterativo é alcançada quando

$$\max |P^{n+1,v+1} - P^{n+1,v}| < tol \quad (30)$$

Tabela 2: Conjunto padrão de informações usadas nas simulações

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
p_{sc} (Pa)	$1,0115 \cdot 10^5$	T_{sc} (K)	288,71	$\phi^0 = \phi_{ini}$	0,2
$p^0 = P_i$ (Pa)	$3,1026 \cdot 10^7$	T (K)	338,71	c_ϕ (Pa ⁻¹)	$4,3511 \cdot 10^{-10}$
M (kg/mol)	17,376	t_{max} (dia)	375,0	r_w (m)	0,10
Q_{sc} (std m ³ /dia)	$-5,7273 \cdot 10^4$	$n_x = n_y$	81	$L_x = L_y$ (m)	$1,215 \cdot 10^3$
$k_{xx} = k_{yy} = k_{zz}$ (m ²)	$9,869 \cdot 10^{-14}$	n_z	7	L_z (m)	12,19

onde P representa a pressão do reservatório ou do poço e tol a tolerância numérica ($tol = 10^{-8}$). Um procedimento envolvendo dois laços de programação [9] é utilizado no cálculo iterativo: no laço interno o método dos Gradientes Conjugados é aplicado a fim de determinar-se as pressões e, no laço externo, as transmissibilidades são atualizadas [6].

4 RESULTADOS

Os resultados foram obtidos baseados na metodologia discutida previamente e para poços verticais com vazão de produção constante. Em todas as simulações numéricas, as correlações para a viscosidade e para o fator de desvio do gás real de [15] e [7] foram aplicadas, respectivamente. A Tabela 2 apresenta os valores padrão empregados em todas as simulações numéricas. Nela, n_x , n_y e n_z representam o número de células nas direções x , y e z , respectivamente.

A Fig. 2 inclui as curvas de p_{wf} em função do $\log t$ para diferentes malhas computacionais, obtidas usando a lei clássica de Darcy. Para o regime transiente, uma inclinação característica é obtida e percebe-se a convergência dos resultados à medida que a malha é refinada. Deve-se notar que os efeitos das fronteiras externas na queda de pressão foram detectados, para o mesmo tempo t e para todas as malhas, e que o regime pseudo-permanente tem início após transcorridos aproximadamente 100 dias de produção.

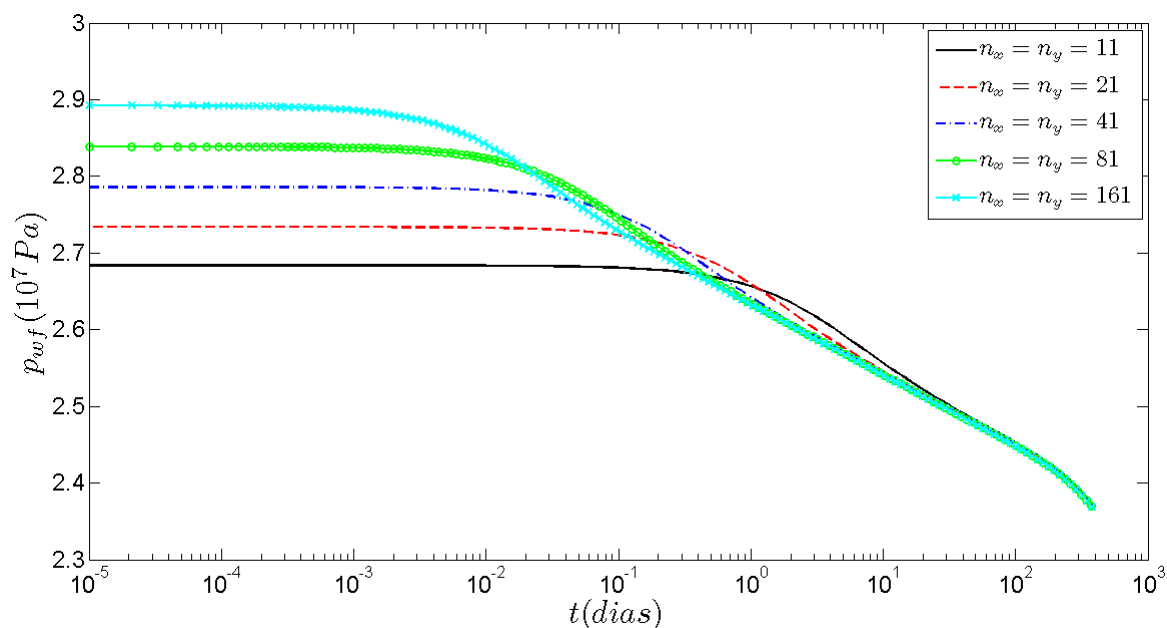


Figura 2: Estudo do refinamento de malha

Ainda com referência à Fig. 2, pode-se observar a existência de um *plateau* para todas as

curvas e instantes de tempo iniciais. Contudo, a extensão deste *plateau* depende dos incrementos espaciais da malha, de modo que as malhas mais refinadas produzem as menores extensões. Esta evidência numérica é bem conhecida na literatura [8] e é devida ao modelo de acoplamento poço-reservatório adotado [19]. Entretanto, os resultados para os instantes iniciais de simulação podem ser melhorados com o uso de algumas técnicas específicas [1, 8], que não foram implementadas neste trabalho, uma vez que o foco deste estudo são os regimes transiente e pseudo-permanente ($t > 10^{-1}$ dia). Em função dos resultados apresentados após as primeiras horas de produção de gás, os valores $n_x = n_y = 81$ foram escolhidos para serem utilizados em todas as demais simulações.

Os resultados do simulador numérico foram validados mediante a comparação deles com os respectivos valores produzidos por [6], para as mesmas condições de escoamento e a lei clássica de Darcy, e sem considerar os efeitos do fluxo dentro do poço de produção. As curvas utilizadas na comparação encontram-se na Fig. 3 e pode-se constatar que os valores deste trabalho correspondem muito bem aos obtidos com o simulador numérico de [6], cuja funcionalidade e acurácia foram testadas via uma confrontação direta com o simulador comercial IMEX [5]. Deve-se destacar que uma muito boa concordância foi verificada entre os resultados produzidos pelo código numérico IMEX e o simulador de de Souza [6].

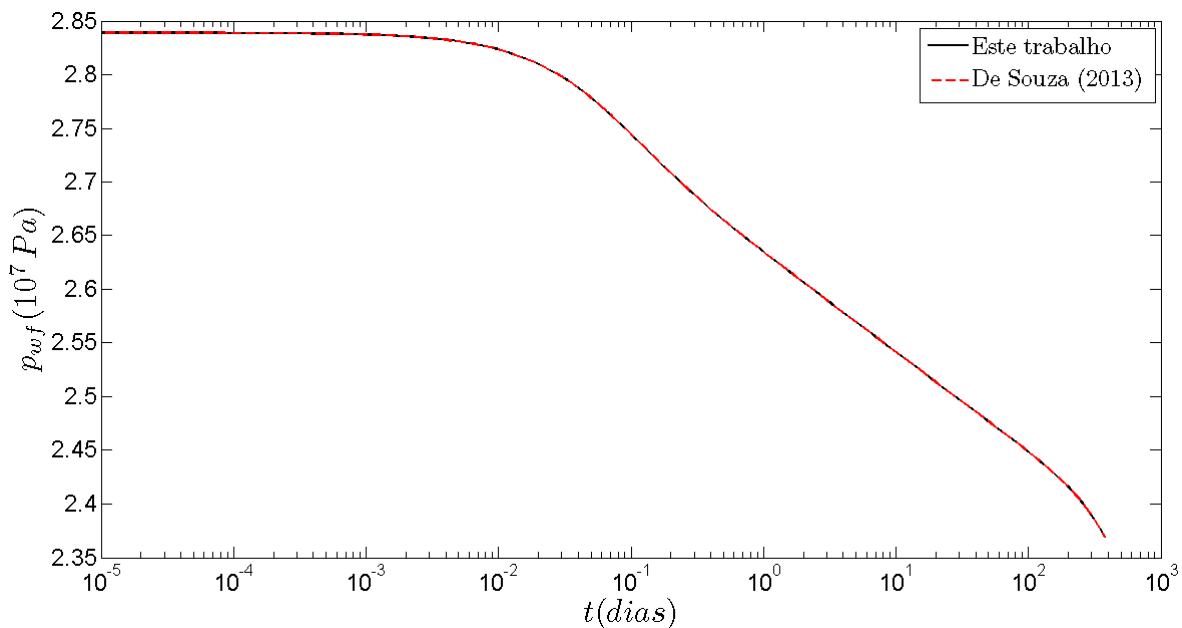


Figura 3: Validação do simulador numérico

4.1 Os Modelos Inerciais

Utilizando-se os valores previamente introduzidos na Tabela 2, simulações numéricas foram realizadas e comparados os resultados oriundos da aplicação dos diferentes modelos inerciais. No caso da equação de Forchheimer, considerando a correlação de Jones [13] (Eq. (8)), os valores de c_1 , c_2 e c_3 e c_4 utilizados encontram-se na Tabela 1 enquanto que para o modelo de Barree e Conway empregou-se $k_{mr} = 0,5$ e $\tau_c = 3,281 \text{ m}^{-1}$.

As Figs. 4-6 mostram os resultados para a pressão no poço usando-se as três equações para o balanço da quantidade de movimento linear: i) lei clássica de Darcy ($\mathbf{k}_{mod} = \mathbf{k}$), ii) equação de Forchheimer ($\mathbf{k}_{mod} = \delta \mathbf{k}$) e iii) modelo de Barree e Conway ($\mathbf{k}_{mod} = \mathbf{k}_{BC} \mathbf{k}$); tendo sido

variada a vazão de produção Q_{sc} .

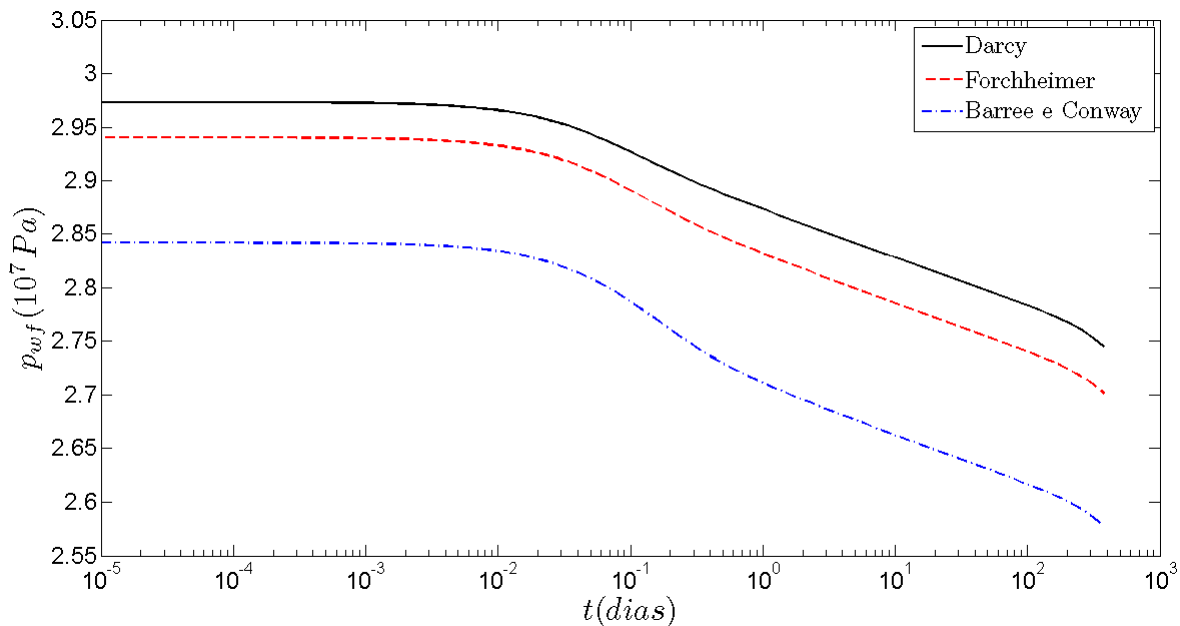


Figura 4: Resultados para os diferentes modelos para equação de *momentum* e $Q_{sc} = -7,1591 \cdot 10^4$ std m^3/dia

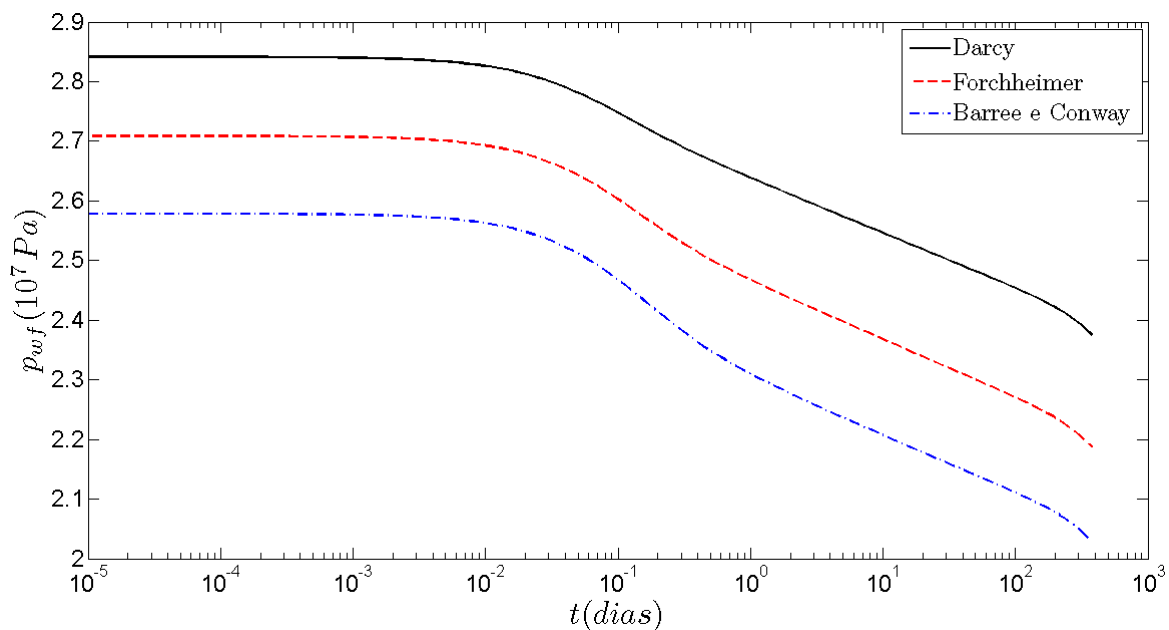


Figura 5: Resultados para os diferentes modelos para equação de *momentum* e $Q_{sc} = -14,3182 \cdot 10^4$ std m^3/dia

Conforme o esperado, a equação de Forchheimer e o modelo de Barree e Conway conduziram a maiores quedas da pressão do poço, em função da captura dos efeitos de inércia. Também é possível observar que os efeitos tornam-se mais significativos à medida que aumenta-se a vazão, o que é fisicamente correto. Entretanto, na sequência das figuras, é interessante observar-se que a taxa de aumento da queda de pressão não é a mesma para os dois modelos (ao menos para o conjunto de parâmetros utilizados nas simulações), Forchheimer e Barree e Conway, que levam em consideração os efeitos inerciais e ambos diferem apreciavelmente da taxa de queda

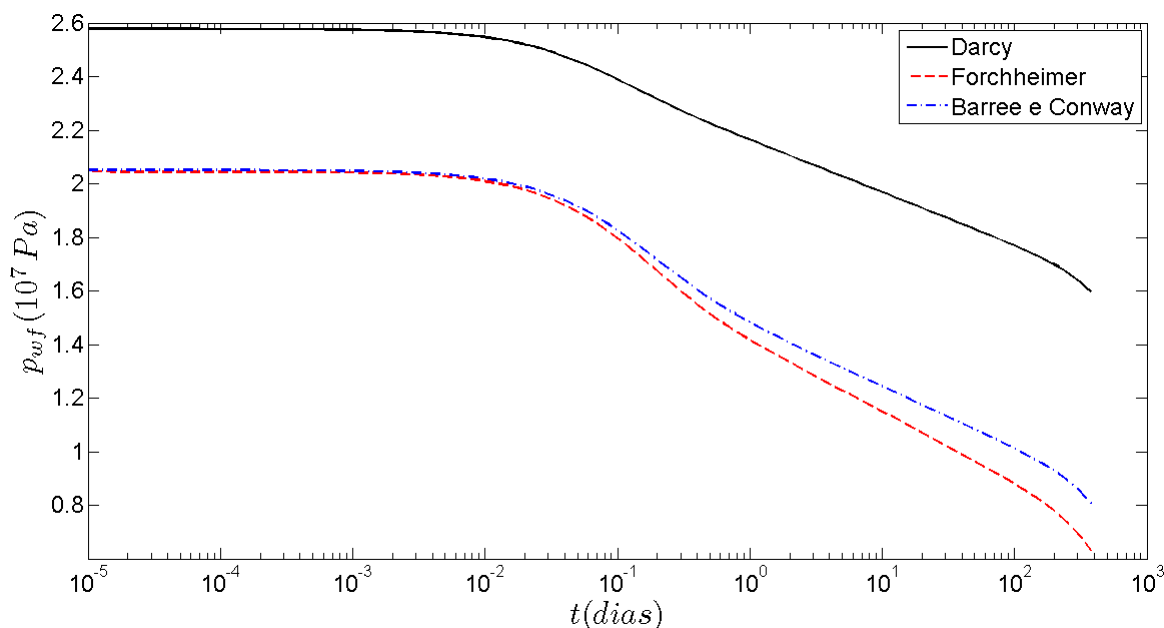


Figura 6: Resultados para os diferentes modelos para equação de *momentum* e $Q_{sc} = -28,6364 \cdot 10^4$ std m³/dia

de pressão prevista pela lei original de Darcy. Tal constatação fica claramente evidenciada na Fig. 6, quando a queda de pressão associada à equação de Forchheimer é maior do que àquela computada pelo modelo de Barree e Conway. Nas Figs. 4 e 5, verifica-se que as variações de pressão, com relação à pressão inicial, foram mais significativas para o modelo de Barree e Conway.

Em um outro teste, diferentes valores de τ_c foram utilizados para o modelo de Barree e Conway. Os resultados foram comparados com aqueles já obtidos com a lei original de Darcy e a equação de Forchheimer, para o poço produzindo a uma vazão constante de $Q_{sc} = -28,6364 \cdot 10^4$ std m³/dia. O objetivo destas simulações foi o de quantificar a variação da perda de pressão para o modelo de Barree e Conway, para uma mesma vazão, ao se alterar um de seus parâmetros. Observando-se a Fig. 7, percebe-se que o modelo de Barree e Conway pode conduzir a variações de pressão superiores ou inferiores às associadas à equação de Forchheimer, em função da variação do parâmetro τ_c . Para valores mais baixos de τ_c , as quedas de pressão foram mais elevadas, sendo esse resultado fisicamente compatível com a modelagem do fenômeno, uma vez que os efeitos inerciais são mais significativos neste caso.

Finalmente, os resultados obtidos com o uso da equação de Forchheimer e diferentes correlações para a determinação de β foram comparados: i) Jones [13], ii) Janicek e Katz [11] e iii) Liu et al. [18], com $\tau_p = \sqrt{2}$ [4]. Ressalta-se, novamente, que os valores dos coeficientes c_1 , c_2 , c_3 e c_4 (da Eq. (5)) adotados pelos três modelos encontram-se disponíveis na Tabela 1. Uma confrontação dos valores de pressão, calculados para estes β , também é feita com aqueles já obtidos com a lei de Darcy (sem considerar os efeitos inerciais) e com o modelo de Barree e Conway, para $\tau_c = 3,281 \text{ m}^{-1}$. Nas simulações, o poço produziu a uma vazão constante de $Q_{sc} = -28,6364 \cdot 10^4$ std m³/dia. Novamente, buscou-se quantificar a variação da queda de pressão, agora para a equação de Forchheimer, para uma mesma vazão e alterando um dos parâmetros utilizados na modelagem do escoamento. As curvas de pressão no poço para este conjunto de testes podem ser vistas na Fig. 8. Nota-se que para uma mesma permeabilidade, diferentes correlações conduzem a resultados com diferentes desvios em relação à lei clássica de Darcy, podendo, em alguns casos, obter-se valores que encontram-se próximos dos resultados determinados com o

modelo de Barree e Conway. Em função da grande quantidade de parâmetros que devem ser ajustados para cada um dos modelos inerciais, conforme visto, variações significativas dos valores da pressão podem ser encontradas. Portanto, a aplicabilidade dos mesmos depende de uma validação com resultados determinados experimentalmente ou com valores obtidos através da análise de dados de produção.

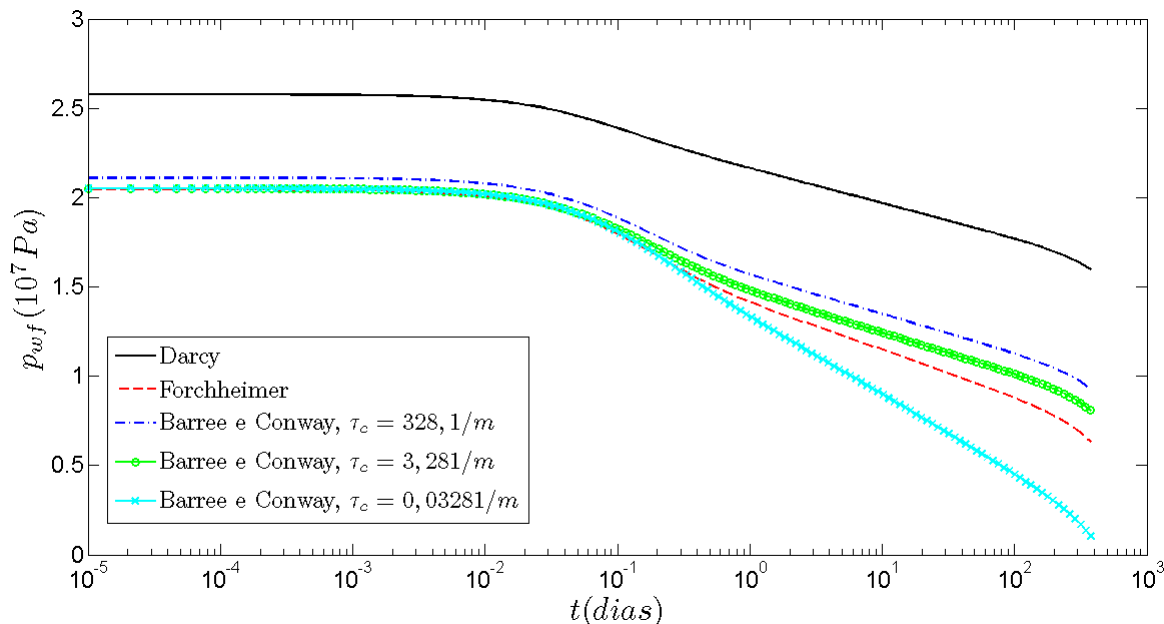


Figura 7: Resultados para os diferentes modelos para equação de *momentum*, incluindo a variação de τ_c no modelo de Barree e Conway (em todos os resultados, $Q_{sc} = -28,6364 \cdot 10^4$ std m³/dia)

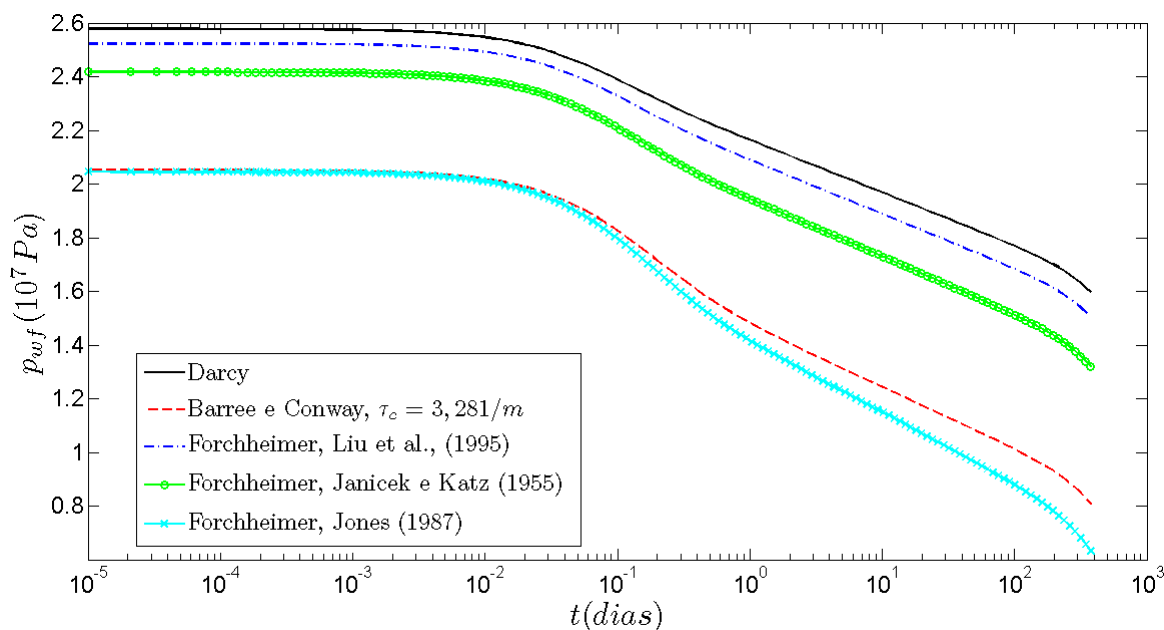


Figura 8: Resultados para os diferentes modelos para equação de *momentum*, incluindo a variação da correlação para o termo β utilizado na equação de Forchheimer (em todos os resultados, $Q_{sc} = -28,6364 \cdot 10^4$ std m³/dia)

5 CONCLUSÕES

Neste artigo, empregou-se os modelos inerciais de Forchheimer e Barree e Conway no estudo da simulação numérica do escoamento de gás em reservatórios de hidrocarbonetos. O método de Diferenças Finitas e uma formulação implícita foram utilizados a fim de discretizar-se a equação diferencial parcial, escrita em termos da pressão e oriunda da equação de conservação de massa, da lei de Darcy modificada e da equação de estado para o gás real. Deste modo, pôde-se obter os valores numéricos para a pressão no poço (p_{wf}) considerando-se uma vazão (Q_{sc}) constante de produção. A partir da comparação dos modelos inerciais foi possível evidenciar diferenças significativas entre eles e capturar a influência dos efeitos inerciais na taxa de variação da queda de pressão no poço produtor. Em função dos resultados deste trabalho, evidenciou-se a necessidade de uma análise cuidadosa quando da simulação de reservatórios, devido à influência de parâmetros, tais como β e τ_c , nas previsões dos modelos de Forchheimer e de Barree e Conway. Na presença de escoamentos do tipo não-Darcy, os efeitos inerciais podem aumentar de modo apreciável a queda de pressão no poço produtor e é possível que, sob certas condições, diferentes modelos que incorporam os efeitos inerciais conduzam a resultados próximos uns dos outros. Isto reforça a necessidade de uma acurada caracterização de reservatórios, para que os resultados das previsões de produção sejam os mais fiéis à realidade, a partir da escolha adequada da equação de *momentum*.

Acknowledgments

Este trabalho contou com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), através do processo 305958/2012-7, e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

REFERÊNCIAS

- [1] N. S. Al-Mohannadi. *Simulation of Horizontal Well Tests*. PhD thesis, Colorado School of Mines, Golden, USA, 2004.
- [2] A. Al-Otaibi and Y. S. Wu. Transient behavior and analysis of non-Darcy flow in porous and fractured reservoirs according to the Barree and Conway's model. In *Society of Petroleum Engineers Western North America Regional Meeting*, Anaheim, California, USA, 2010.
- [3] R. D. Barree and M. W. Conway. Beyond beta factors: A complete model for Darcy, Forchheimer, and trans-Forchheimer flow in porous media. In *Society of Petroleum Engineers Annual Technical Conference and Exhibition*, Houston, Texas, USA, 2004.
- [4] F. Civan and R. D. Evans. Determining the parameters of the Forchheimer equation from pressure-squared vs. pseudopressure formulations. *Society of Petroleum Engineers Reservoir Evaluation & Engineering*, 1(1):43–46, 1998.
- [5] Computational Modeling Group, Calgary, Canada. *IMEX, Advanced Oil/Gas Reservoir Simulator*, 2009.
- [6] G. de Souza. *Acoplamento Poço-reservatório na Simulação Numérica de Reservatórios de Gás*. PhD thesis, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Macaé, Brasil, 2013.
- [7] P. M. Dranchuk and J. H. Abou-Kassem. Calculation of Z factors for natural gases using equations of state. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 14:34–36, 1975.

- [8] F. A. Dumkwu, A. W. Islam, and E. S. Carlson. Review of well models and assessment of their impacts on numerical reservoir simulation performance. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 82, 2012.
- [9] T. Ertekin, J. H. Abou-Kassem, and G. R. King. *Basic Applied Reservoir Simulation*. Society of Petroleum Engineers, Richardson, USA, 2001.
- [10] J. He and L. J. Durlofsky. Reduced-order modeling for compositional simulation using trajectory piecewise linearization. In *Society of Petroleum Engineers Reservoir Simulation Symposium*, The Woodlands, Texas, USA, 2013.
- [11] J. D. Janicek and D. L. Katz. Applications of unsteady state gas flow calculations. In *Proceedings, University of Michigan Research Conference*, Michigan, USA, 1955.
- [12] A. Jmili, G. P. Wilhite, and D. Green. Modeling gas-phase mass transfer between fracture and matrix in naturally fractured reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 16:795–811, 2011.
- [13] S. C. Jones. Using the inertial coefficient, β , to characterize heterogeneity in reservoir rock. In *Society of Petroleum Engineers Annual Technical Conference and Exhibition*, Dallas, Texas, USA, 1987.
- [14] B. Lai, J. L. Miskimins, and Y. S. Wu. Non-Darcy porous media flow according to the Barree and Conway’s model: Laboratory and numerical modeling studies. In *Society of Petroleum Engineers Rocky Mountain Petroleum Technology Conference*, Denver, Colorado, USA, 2009.
- [15] A. L. Lee, M. H. Gonzalez, and B. E. Eakin. The viscosity of natural gases. *Petroleum Technology, Transactions of AIME*, 18:997–1000, 1966.
- [16] D. Li and T. W. Engler. Literature review on correlations of the non-Darcy coefficient. In *SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference*, Midland, Texas, USA, 2001.
- [17] D. Li, K. Robert, T. W. Engler, and R. B. Grigg. Modeling and simulation of wafer non-Darcy flow experiments. In *Society of Petroleum Engineers Western Regional Meeting*, Bakersfield, California, USA, 2001.
- [18] X. Liu, F. Civan, and R. D. Evans. Correlation of the non-Darcy flow coefficient. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 34(10):50–54, 1995.
- [19] D. W. Peaceman. Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation with nonsquare grid blocks and anisotropic permeability. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 23:531–543, 1983.
- [20] Y. Saad. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. Second edition, Society of Industrial and Applied Mathematics, USA, 2003.
- [21] C. A. P. Tavares, H. Kazemi, and E. Ozkan. Combined effect of non-Darcy flow and formation damage on gas-well performance of dual-porosity and dual-permeability reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Reservoir Evaluation & Engineering*, 9:543–552, 2006.

- [22] D. Tiab and E. C. Donaldson. *Petrophysics, Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties*. Second Edition, Gulf Professional Publishing, Burlington, USA, 2004.
- [23] F. Zeng and G. Zhao. Semianalytical model for reservoirs with Forchheimer's non-Darcy flow. *Society of Petroleum Engineers Reservoir Evaluation & Engineering*, 11:280–291, 2008.