

## **LOCALIZAÇÃO DE ESCOLAS DO ENSINO FUNDAMENTAL: CASO DE ITAIPAVA/RJ**

**Rafaela Maller, André Alves Gandolpho**

*Departamento de Engenharia e Computação, Universidade Católica de Petrópolis, Petrópolis,  
25.685-070, RJ, Brazil*

**Palavras-chave:** localização de escolas; modelo das p-medianas; otimização.

**Resumo.** O estudo em questão está dividido em duas etapas. A primeira consiste em fazer uma análise do cenário atual das escolas públicas de ensino fundamental localizadas no distrito de Itaipava/RJ. Este estudo visa determinar se a localização e as vagas oferecidas em cada escola são suficientes para atender à demanda da região. Como base, foram utilizados os dados populacionais coletados pelo IBGE no Censo 2010 e as informações de cada escola, obtidas junto à Prefeitura Municipal de Petrópolis. Para auxiliar nos cálculos foram utilizados os *softwares* Quantum Gis e Microsoft Excel. Na segunda etapa, são apresentadas propostas de localização para a construção de uma nova escola por meio da aplicação do modelo da p-mediana e uma proposta de redistribuição das vagas oferecidas nas escolas da região. O estudo foi conduzido com as mencionadas escolas públicas no distrito de Itaipava, na cidade de Petrópolis/RJ, considerando a população na faixa etária de 7 a 14 anos e supondo que o aluno prefira a escola mais próxima de sua residência.

## 1 INTRODUÇÃO

Problemas de localização sempre foram muito presentes na história humana. Para o homem primitivo, a localização tinha a ver com sua segurança e sobrevivência. Para o homem moderno, a localização tem a ver com preferências e bem-estar. No mundo atual, o tema localização tornou-se um problema multidisciplinar, tratado mediante modelagens e resolvido com recursos informáticos. As primeiras metodologias remontam à antiguidade e buscavam a identificação de um certo ponto, em geral um ponto de equilíbrio, e foram desenvolvidas usando recursos matemáticos. As metodologias modernas buscam localizar um conjunto de pontos que atenda ao conjunto da sociedade a ser beneficiada.

A literatura registra aplicações de localização a muitos problemas de variadas naturezas, mas predominando as áreas de ensino e de saúde. O artigo de Pizzolato et al. [4] faz um apanhado de aplicações práticas reportadas, principalmente, no ambiente brasileiro. A metodologia mais aplicada no estudo de localização de equipamentos urbanos vem a ser, certamente, a  $p$ -mediana. Em termos simples, o problema de achar o centro de gravidade corresponderia ao caso  $p = 1$ , e sua generalização consistiria em se achar múltiplos centros de gravidade, ou seja, o problema da  $p$ -mediana. Em analogia ao centro de gravidade, que vem a ser o ponto que minimiza a soma das distâncias ponderadas de todos os vértices a este ponto central, o problema da  $p$ -mediana vem a ser a escolha de  $p$  pontos de modo a minimizar a soma das distâncias ponderadas de todos os vértices ao ponto mais próximo dentre estes  $p$  pontos. Essa soma mínima será chamada de  $Z$ , e corresponde a uma inconveniência coletiva dos deslocamentos dos alunos das residências às escolas.

No caso de escolas, o problema consiste em localizar  $p$  escolas, supondo que cada aluno se dirija à escola mais próxima de sua residência. Além disso, ignorando-se a residência precisa de cada aluno, são usados os resultados do Censo do IBGE, o qual faz o levantamento demográfico dos moradores de cada setor censitário. Com isso, a população demandante de uma escola equivale à quantidade de jovens na faixa etária correspondente em cada setor, e se supõe que todos habitem o centro, ou centróide, do setor censitário correspondente. Desse modo, a população geograficamente dispersa, torna-se centralizada nos vários centroides, um para cada setor censitário. Também se supõe que cada aluno prefira frequentar a escola mais próxima de sua residência.

O objetivo primordial deste trabalho consiste em analisar a atual localização das escolas públicas no distrito de Itaipava, no Município de Petrópolis, RJ, com o uso do modelo da  $p$ -mediana. Esse estudo permite fazer um zoneamento escolar, de modo a identificar áreas com escassez de vagas e áreas com excesso de vagas escolares, apontando para onde se deve dirigir o esforço de construção de novas escolas ou de ampliação de capacidade de escolas existentes. A aplicação do estudo foi feito com o uso do *software* livre Quantum Gis, o qual foi utilizado para calcular os centróides dos setores censitários da região e do Microsoft Excel, onde foram concentrados os demais cálculos. Um segundo objetivo deste trabalho vem a ser a proposta de localização de mais uma escola, propondo-se o local ideal para sua construção, de modo a minimizar a inconveniência coletiva, ou seja, minimizar o deslocamento feito para toda a população escolar desde sua residência, dada pelo centroides de seu setor censitário, até a escola mais próxima.

Na sequência, este trabalho encontra-se dividido em mais quatro seções. A Seção 2 apresenta o modelo da  $p$ -mediana e descreve a área de abrangência de cada escola; a Seção 3 discute a avaliação da localização de cada escola, identificando o quadro de escassez ou de excesso de vagas; a Seção 4 examina quatro possibilidades de implantar uma nova escola,

fazendo-se uma síntese dos resultados obtidos; e a Seção 5 discute as Conclusões do trabalho.

## 2 O MODELO DA P-MEDIANA

A localização de  $p$ -medianas é um problema clássico de otimização combinatória. O objetivo é localizar  $p$  instalações (medianas) de um determinado serviço cujas posições podem ocorrer em  $n$  possíveis locais, que seriam os pontos onde se localizam os demandantes do sistema, com  $n > p$ , de forma a minimizar a soma das distâncias de cada ponto até sua mediana mais próxima. O modelo da  $p$ -mediana tem a seguinte expressão matemática, correspondente ao modelo de Programação Linear Binária [1][3]:

$$\begin{aligned}
 \text{(PPM)} \quad & \text{Min} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_i d_{ij} x_{ij} \\
 & \text{sujeito a} \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1; \quad j \in N \quad (1) \\
 & \quad \quad \quad \sum_{j=1}^n x_{jj} = p \quad (2) \\
 & \quad \quad \quad x_{ij} \leq x_{jj}; \quad i, j \in N \quad (3) \\
 & \quad \quad \quad x_{ij} \in \{0,1\}; \quad i, j \in N \quad (4)
 \end{aligned}$$

Onde:

$N$  é o conjunto de vértices da rede,  $N = \{1, \dots, n\}$ ;

$[d_{ij}]_{n \times n}$  é a matriz simétrica de distâncias, com  $d_{ii} = 0$ , para  $i, j \in N$ ;

$x_{ij}$  são as variáveis de decisão, com  $x_{ij} = 1$  se o vértice  $i$  está alocado ao vértice  $j$ , e  $x_{ij} = 0$ , no caso contrário; e  $x_{jj} = 1$  se o vértice  $j$  é uma mediana e  $x_{jj} = 0$ , no caso contrário,

$p$  é o número de medianas (neste caso, escolas) a serem localizadas;

$q_i$  representa a população escolar do vértice  $i$ ;

As restrições (1) e (3) impõem que cada vértice  $i$  seja alocado a um único vértice  $j$ , que deve ser uma mediana. A restrição (2) determina o exato número  $p$  de medianas a serem localizadas, e (4) indica as condições de integralidade.

O modelo das  $p$ -medianas para localizar escolas, utilizado no presente trabalho, possui as seguintes premissas: [2][4][5][6]:

- Toda a população de um setor censitário encontra-se concentrada no centroide;
- Todas as escolas oferecem as mesmas condições de ensino, infraestrutura, merenda, conforto, qualificação dos profissionais, acesso às séries posteriores etc., eliminando razões para preferências pessoais. Assim, não há problemas em efetuar a matrícula na escola mais próxima à residência das crianças. Esta hipótese foi comprovada em [7] ao realizar estudo semelhante com alunos de Nova Iguaçu/RJ;
- Escolas localizadas no mesmo setor atendem à mesma área, sendo consideradas apenas uma e tendo suas capacidades somadas. Em Itaipava existem oito escolas, situadas em oito setores diferentes, não sendo necessária a presente premissa.

O estudo se restringe ao sistema público de ensino fundamental, ignorando a rede privada. As justificativas são simples: Por um lado, a sistema público tem a obrigação constitucional

de oferecer educação a toda a população escolar, podendo o aluno, entretanto, optar pelo sistema que preferir. Por outro lado, as escolas privadas são tipicamente pequenas, buscam atender segmentos específicos, além de terem existência eventualmente efêmera.

### 3 OBTENÇÃO DA ÁREA DE ABRANGÊNCIA DE CADA ESCOLA

Para dar início ao estudo, é necessário analisar a Área de Abrangência de cada escola e a distribuição populacional da região onde ela se encontra. O mapa da região em questão foi dividido em setores censitários, pequenas regiões definidas pelo IBGE [8], mostrado na Figura 1, a qual exhibe também os seus respectivos centroides. Esses setores censitários definem o espaço de trabalho de cada recenseador na coleta de informações, sendo cada um responsável pelo levantamento de informações nestas áreas em um espaço de tempo previamente determinado.

Foram considerados os centroides de todos os setores censitários, urbanos e rurais, do Distrito de Itaipava, totalizando 35 setores. Para cada setor censitário é necessário localizar seu respectivo centroide, ou seja, um ponto que representa o centro geográfico do setor. Como não é possível encontrar a localização exata de cada aluno, assume-se que toda a população do setor se encontra localizada no centroide.

Utilizando a ferramenta “Centroides de Polígonos” (Menu > Vetor > Geometrias > Centroides de Polígonos), do Quantum Gis, foi possível calcular o centroide de cada setor censitário. Com apoio da figura, dividida em setores, a ferramenta localizou os centroides, como mostrado na Figura 1.

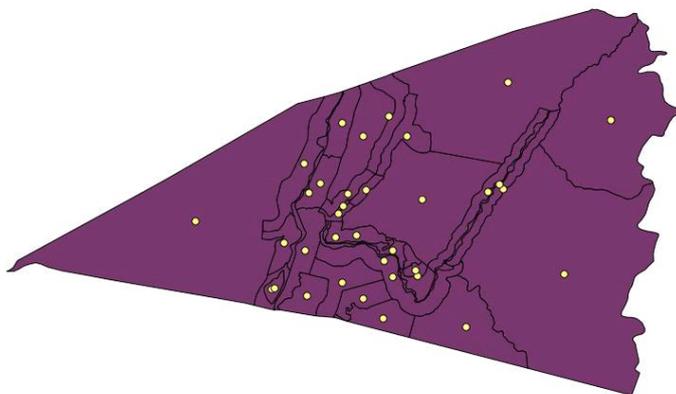


Figura 1 – Itaipava e os centroides de seus 35 setores censitários  
Fonte – Dados IBGE; Mapa Quantum Gis

O segundo passo consiste em obter os dados populacionais levantados no último recenseamento (Censo 2010) e verificar quantas crianças entre 7 e 14 anos residem na região. A demanda (população) de cada setor foi obtida no site do IBGE [8], onde estão disponíveis para consulta todas as informações do último censo realizado em 2010.

Considerando que a população de todos os setores censitários cresceram na mesma taxa de crescimento até os dias atuais, foi utilizada a estimativa populacional referente ao município, mostrada na Tabela 1, publicada em outubro de 2012 também no site do IBGE [8] para calcular a população estimada de cada setor. Note na Tabela 1 que a população residente no município de Petrópolis teve um crescimento bem baixo desde o último censo demográfico, ou seja, o acréscimo de população foi de 1.275 pessoas, correspondendo a uma taxa percentual de 0,43% ao longo de dois anos.

Como se tem verificado em outros municípios brasileiros, diante de redução das migrações nacionais internas, o crescimento populacional decorre mais da ampliação da expectativa de vida do que efetivamente do aumento da natalidade, que tem claramente diminuído nos últimos anos e provocando a redução da população escolar envolvida no ensino fundamental.

Tabela 1 – População de Petrópolis/RJ em número de habitantes  
Fonte: IBGE

<b>Censo 2010</b>	<b>Estimativa 2012</b>
295.917	297.192

Como dito anteriormente, será considerada apenas a parcela da população na faixa etária de 7 a 14 anos. Através de regra de três simples, multiplicou-se a população de cada setor obtida no Censo Demográfico de 2010 [8] pela população total estimada do Município de Petrópolis em 2012. Em seguida, este número foi dividido pela população total do Município de Petrópolis em 2010, obtendo-se com isso os valores atualizados da população residente em cada um dos setores de Itaipava na faixa etária de 7 a 14 anos. Os valores obtidos, depois de ter sido adotado o critério de arredondamento, são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 – Demanda dos centroides (número de estudantes)  
Fonte: IBGE

Setor	População	Setor	População	Setor	População
<b>C1</b>	67	<b>C13</b>	50	<b>C25</b>	305
<b>C2</b>	83	<b>C14</b>	48	<b>C26</b>	24
<b>C3</b>	158	<b>C15</b>	53	<b>C27</b>	54
<b>C4</b>	42	<b>C16</b>	74	<b>C28</b>	13
<b>C5</b>	75	<b>C17</b>	48	<b>C29</b>	110
<b>C6</b>	33	<b>C18</b>	52	<b>C30</b>	96
<b>C7</b>	116	<b>C19</b>	125	<b>C31</b>	49
<b>C8</b>	35	<b>C20</b>	73	<b>C32</b>	52
<b>C9</b>	38	<b>C21</b>	105	<b>C33</b>	67
<b>C10</b>	119	<b>C22</b>	22	<b>C34</b>	20
<b>C11</b>	46	<b>C23</b>	50	<b>C35</b>	64
<b>C12</b>	71	<b>C24</b>	57		

No terceiro passo, foi obtido junto à Secretaria de Educação de Petrópolis, o nome, endereço e matrículas das Escolas Municipais de Nível Fundamental situadas na região. Por hipótese será assumido que as matrículas representam a capacidade de cada uma das escolas listadas na Tabela 3. A primeira coluna da referida Tabela indica o setor onde se localiza a escola. As outras três colunas indicam, respectivamente, o nome da escola, seu endereço e bairro, enquanto que a última coluna indica a matrícula observada em 2013 – a qual vai ser tomada, no restante do estudo, como a sua capacidade.

Cabe notar que a Escola Municipal Luiz Marchiori, localizada no setor censitário C12, conforme Tabela 3, é um Centro de Educação Infantil e não entra no escopo do presente estudo. Portanto, serão consideradas nos cálculos relativos ao Ensino Fundamental apenas 8 escolas.

Tabela 3 – Tabela de Endereços e Matrículas das Escolas Públicas de Itaipava em 2013

Fonte: Secretaria de Educação de Petrópolis

Setor	Instituição	Endereço	Bairro	Matrículas 2013
C2	Liceu São José de Itaipava	Est. União e Indústria, 14490	Itaipava	415
C3	Escola Municipal Augusto Pugnaloni	Estrada de Teresópolis, S/N	Itaipava	279
C4	Escola Municipal Darcy Correa da Veiga	Estrada da Arcas, 3319	Itaipava	85
C6	Escola Municipal Lucia de Almeida Braga	R. Domingos José Martins, S/N	Bonsucesso	222
C10	Escola Municipal Celina Schechner	Estrada do Catobira, S/N	Itaipava	486
C11	Escola Municipal Dr. Paula Buarque	Estrada de Teresópolis, Km 02	Itaipava	359
C12	Escola Municipal Luiz Marchiori	Estrada do Gentio, 1906.	Itaipava	75
C16	Escola Municipal Dr. Theodoro Machado	Estrada Min. Salgado Filho, S/N	Vale do Cuiabá	237
C17	Escola Santo Antônio	Estrada Min. Salgado Filho, 4839.	Vale do Cuiabá	122

Para atender ao objetivo central do trabalho, que é minimizar o trajeto residência-escola, foi preciso determinar qual setor censitário está mais próximo de cada escola, ou seja, sua área de abrangência, considerando que todas as escolas oferecem as mesmas condições de ensino, merenda etc.

Para tal, a distância entre os centroides de cada setor, calculada pelo Quantum Gis, foi multiplicada pela população existente em cada um (demanda). A seguir, foi utilizada a fórmula “mínimo” do MS Excel, que mostrou qual escola se encontra mais próxima de cada setor censitário. Na Figura 2, estão mostradas oito cores, cada uma representando uma área de abrangência. Devido as reduzidas dimensões das figuras apresentadas a partir deste ponto e, com o intuito de facilitar o entendimento, as células da coluna *SETOR* das tabelas 4, 6, 8, 10 e 12, estão com as cores referentes as respectivas áreas de abrangência das escolas.

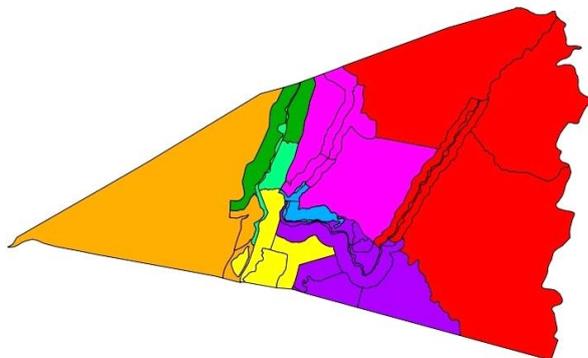


Figura 2 - Áreas de Abrangência das escolas de Itaipava

Fonte: Os autores; mapa Quantum Gis.

## VERIFICAÇÃO DA ESCASSEZ OU EXCESSO DE VAGAS EM CADA ESCOLA

Para a verificação da escassez ou do excesso de vagas no Ensino Fundamental do Distrito de Itaipava, em Petrópolis/RJ, cada escola foi analisada separadamente, com sua respectiva área de abrangência. Por meio da tabela das distâncias entre os centroides, calculou-se a demanda total da área de abrangência somando a demanda de cada setor censitário nela contido, obtidas através dos dados do Censo 2010 e convertidas para os dias atuais.

Por meio de planilha do Excel, foi calculada a menor distância entre todos os setores censitários e as escolas existentes, através da fórmula “*mínimo*”. Em seguida, foram calculadas as demandas de cada Área de Abrangência, obtidas através da soma das demandas de cada setor censitário contido na respectiva Área de Abrangência.

Por último, foram comparados os dados referentes à demanda de população em cada Área de Abrangência, em razão da proximidade (coluna Demanda) com as capacidades de cada escola (coluna Matrícula). Os resultados estão na Tabela 4.

Tabela 4 – Cenário Atual da região de Itaipava

Setor	Escola	Matrículas	Demanda	Situação
C2	Liceu São José de Itaipava	415	253	EXCESSO
C3	E. M. Augusto Pugnaroni	279	210	EXCESSO
C4	E. M. Darcy Corrêa da Veiga	85	109	ESCASSEZ
C6	E. M. Lucia de Almeida Braga	222	178	EXCESSO
C10	E. M. Celina Schechner	486	388	EXCESSO
C11	E. M. Dr Paula Buarque.	359	237	EXCESSO
C16	E. M. Dr Theodoro Machado.	237	828	ESCASSEZ
C17	Escola Santo Antônio	122	298	ESCASSEZ
TOTAL		2205	2501	ESCASSEZ

Fonte: Os autores

Após análise, em alguns setores notou-se um excesso de vagas, normalmente em regiões centrais e urbanas do Distrito. Em outros, verificou-se a escassez de vagas, normalmente em regiões rurais, devido à localização distante do centro do Distrito e possivelmente da maior taxa de natalidade nas áreas rurais.

Para solucionar essa escassez, pode-se avaliar a expansão da rede escolar para as regiões mais afastadas, que apresentam maior crescimento demográfico, construindo novas escolas ou aumentando a capacidade das que já existem.

## 4 AVALIAÇÃO DA ATUAL LOCALIZAÇÃO

Cada uma das oito escolas públicas existentes está associada a um setor censitário. O mapa da Figura 1 foi dividido em oito partes, cada uma representando a área de abrangência de cada escola, de acordo com a proximidade, fazendo com que cada setor integre a área de abrangência de sua escola mais próxima.

Hipoteticamente, todos os setores censitários têm condições físicas para abrigar novas escolas. Assim, considerou-se que todos estão disponíveis para o cálculo da localização.

Após uma análise simples, comparando o número total de vagas disponíveis nas escolas da

região e a sua demanda, verificou-se uma diferença de aproximadamente 300 vagas para menos, ou seja, o Distrito como um todo apresenta escassez de vagas nas escolas públicas. Essa escassez de vagas não chega a ser preocupante devido a vários fatores como: a presença da escola privada; o fato de alguns estudarem em outros municípios e ainda outros, simplesmente, não frequentarem nenhuma escola.

Considerando as tabelas de Distâncias e Demandas, foi feito o cálculo do valor  $Z = 2.665.076,07$ , que representa a inconveniência coletiva, dada pelo produto: população de cada setor ( $q_j$ ) vezes o afastamento entre o setor e a escola mais próxima ( $d_{ij}$ ). O resultado é mostrado na Tabela 5.

Tabela 5 – Tabela com o cálculo da FO feito para o cenário atual  
Fonte: Os autores

ATUAL		
CENTROIDE	FUNÇÃO OBJETIVO	RESULTADO
C2	$(C2*dC2)+(C21*dC21)+(C35*dC35)$	486.088,55
C3	$(C3*dC3)+(C18*dC18)$	91.557,58
C4	$(C4*dC4)+(C1*dC1)$	31.056,66
C6	$(C6*dC6)+(C5*dC5)+(C31*dC31)+(C34*dC34)$	187.312,73
C10	$(C10*dC10)+(C7*dC7)+(C8*dC8)+$ $(C9*dC9)+(C22*dC22)+(C24*dC24)$	371.929,85
C11	$(C11*dC11)+(C12*dC12)+(C32*dC32)+(C33*dC33)$	127.894,72
C16	$(C16*dC16)+(C13*dC13)+(C15*dC15)+(C19*dC19)+$ $(C25*dC25)+(C28*dC28)+(C29*dC29)+(C30*dC30)$	883.782,80
C17	$(C17*dC17)+(C14*dC14)+(C20*dC20)+$ $(C23*dC23)+(C26*dC26)+(C27*dC27)$	485.453,18
	TOTAL:	2.665.076,07

## 5 PROPOSTA DE UMA NOVA LOCALIZAÇÃO

Conforme foi apresentado na Tabela 4 do item anterior, o cenário atual possui uma diferença de 300 vagas para menos entre os totais de oferta e demanda. Baseado nisso são examinados 4 cenários, de modo a atender à demanda de alunos na região. O Cenário 1 envolve a criação de uma nova escola no setor 24 (Caso 1), e os demais envolvem a criação de uma nova escola no setor 25, onde se encontra uma grande demanda, mas acompanhado de três diferentes condicionantes.

### CASO 1: Localização de Uma Nova Escola em C24:

Avaliando o mapa da região de Itaipava, verificou-se que o setor C24 está localizado entre os setores C4, C16 e C17 que, de acordo com os cálculos realizados, apresentam todos escassez de vagas.

Em um primeiro momento, usou-se como parâmetro para seleção do setor onde será sugerida a construção de uma nova escola com 300 vagas, a menor distância entre o referido setor e os setores com maior escassez de vagas, no caso o setor C24.

A área de abrangência sofreu alterações, visto que agora passam a existir nove escolas na região. A Figura 3 mostra a nova divisão das Áreas de Abrangência, com a construção de uma

escola em C24, marcada em cinza.

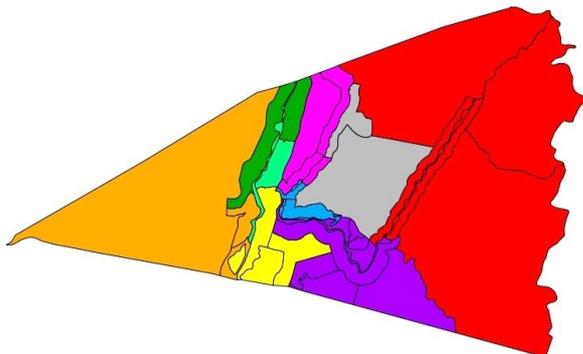


Figura 3 – Área de Abrangência das Escolas incluindo uma escola em C24

Fonte: Os autores; mapa Quantum Gis.

Os cálculos para verificação da nova condição de Escassez e Excesso de vagas da região, já considerando a construção de uma nova escola, foram refeitos e apresentaram resultados presentes na Tabela 6, enquanto que na Tabela 7 encontra-se o cálculo do valor Z, o qual indica uma redução de  $Z = 2.625.076$  para  $Z = 2.223.283$ , ou seja cerca de 3,6%.

Tabela 6 – Novo Cenário da região, com a construção de uma escola em C24

Fonte: Os autores

Setor	Escola	Matrículas	Demanda	Condição
C2	Liceu São José de Itaipava	415	253	EXCESSO
C3	E. M. Augusto Pugnaroni	279	210	EXCESSO
C4	E. M. Darcy Corrêa da Veiga	85	109	ESCASSEZ
C6	E. M. Lucia de Almeida Braga	222	178	EXCESSO
C10	E. M. Celina Schechner	486	292	EXCESSO
C11	E. M. Dr Paula Buarque.	359	237	EXCESSO
C16	E. M. Dr Theodoro Machado.	237	828	ESCASSEZ
C17	Escola Santo Antônio	122	298	ESCASSEZ
C24	Nova Escola	300	95	EXCESSO
TOTAL		2505	2501	IDEAL

Cabe aqui ressaltar que, o qualificativo *IDEAL* encontra-se escrito nesta Tabela 6, e em outras posteriores, para indicar situações em que existe um equilíbrio, expresso por diferenças muito pequenas, entre a demanda e a matrícula.

Tabela 7 – Tabela com o cálculo da FO incluindo uma escola em C24  
 Fonte: Os autores

C24		
CENTROIDE	FUNÇÃO OBJETIVO	RESULTADO
C2	$(C2*dC2)+(C21*dC21)+(C35*dC35)$	486.088,55
C3	$(C3*dC3)+(C18*dC18)$	91.557,58
C4	$(C4*dC4)+(C1*dC1)$	31.056,66
C6	$(C6*dC6)+(C5*dC5)+(C31*dC31)+(C34*dC34)$	187.312,73
C10	$(C10*dC10)+(C7*dC7)+(C8*dC8)+ (C22*dC22)$	193.050,65
C11	$(C11*dC11)+(C12*dC12)+ (C32*dC32)+(C33*dC33)$	127.894,72
C16	$(C16*dC16)+(C13*dC13)+(C15*dC15)+$ $(C19*dC19)+(C25*dC25)+(C28*dC28)+$ $(C29*dC29)+(C30*dC30)$	883.782,80
C17	$(C17*dC17)+(C14*dC14)+(C20*dC20)+$ $(C23*dC23)+(C26*dC26)+(C27*dC27)$	485.453,18
C24	$(C24*dC24)+(C9*dC9)$	80.898,88
TOTAL:		2.567.095,74

**CASO 2:** Localização de Uma Nova Escola em C25:

Analisando a demanda de cada setor separadamente, conforme descrito na Tabela 2, verificou-se que o setor C25 possui a maior população em idade escolar e nele não há nenhuma escola.

As áreas de abrangências novamente sofreram alterações, tendo como base as áreas originais. Neste caso a nova escola atende alunos de 4 setores, o próprio setor (C25), C19, C28 e C29. Na Figura 4, é possível observar melhor a nova configuração.

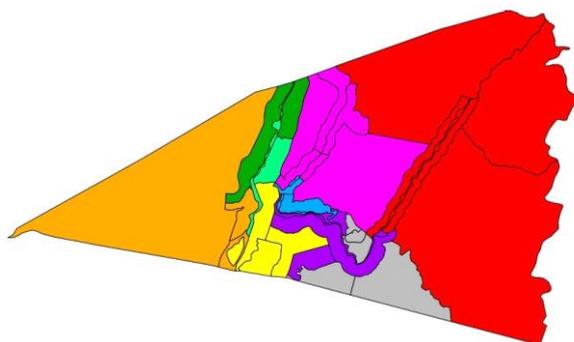


Figura 4 – Área de Abrangência incluindo uma escola em C25  
 Fonte: A Autora; mapa Quantum Gis.

Na Tabela 8, os resultados para os cálculos de Excesso e Escassez de vagas, considerando a nova configuração das áreas de abrangências e a construção de uma escola em C25. Analogamente, na Tabela 9 encontra-se computado o valor de Z.

Tabela 8 – Novo Cenário da região, com a construção de uma escola em C25

Setor	Escola	Matrículas	Demanda	Condição
C2	Liceu São José de Itaipava	415	253	EXCESSO
C3	E. M. Augusto Pugnaroni	279	210	EXCESSO
C4	E. M. Darcy Corrêa da Veiga	85	109	ESCASSEZ
C6	E. M. Lucia de Almeida Braga	222	178	EXCESSO
C10	E. M. Celina Schechner	486	388	EXCESSO
C11	E. M. Dr Paula Buarque	359	237	EXCESSO
C16	E. M. Dr Theodoro Machado	237	274	ESCASSEZ
C17	Escola Santo Antônio	122	298	ESCASSEZ
C25	Nova Escola	300	553	ESCASSEZ
TOTAL		2505	2501	IDEAL

Fonte: Os autores

Foram feitos os mesmos passos do Caso 1, com a mesma função objetivo, apenas substituindo os dados referentes ao setor C24 pelos do setor C25. O valor resultante de Z mostra uma redução de cerca de 16,5% no valor original.

Tabela 9 – Tabela com o cálculo da FO incluindo uma escola em C25.

CENTROIDE	FUNÇÃO OBJETIVO	RESULTADO
C2	$(C2*dC2)+(C21*dC21)+(C35*dC35)$	486.088,55
C3	$(C3*dC3)+(C18*dC18)$	91.557,58
C4	$(C4*dC4)+(C1*dC1)$	31.056,66
C6	$(C6*dC6)+(C5*dC5)+(C31*dC31)+(C34*dC34)$	187.312,73
C10	$(C10*dC10)+(C7*dC7)+(C8*dC8)+$ $(C9*dC9)+(C22*dC22)+(C24*dC24)$	371.929,85
C11	$(C11*dC11)+(C12*dC12)+(C32*dC32)+(C33*dC33)$	127.894,72
C16	$(C16*dC16)+(C13*dC13)+(C15*dC15)+(C30*dC30)$	184.205,19
C17	$(C17*dC17)+(C14*dC14)+(C20*dC20)+$ $(C23*dC23)+(C26*dC26)+(C27*dC27)$	485.453,18
C25	$(C25*dC25)+(C19*dC19)+(C28*dC28)+(C29*dC29)$	257.785,49
TOTAL:		2.223.283,95

Fonte: Os autores

### CASO 3: Localização de Uma Nova Escola em C25 para atendimento exclusivo do setor C25:

No Caso 2 foi proposta a construção de uma nova escola em C25, o que implicou em uma mudança na distribuição da área de abrangência. Após análise verificou-se que o cenário de escassez ainda não foi modificado, conforme pode ser visto no quadro da Tabela 8.

Como alternativa, a escola construída no setor C25 com 300 vagas irá apenas suprir a demanda próprio setor, fazendo com que seja mantida a mesma configuração de Áreas de Abrangência do cenário original. Neste caso os alunos do setor C25 que eram atendidos pela escola localizada no setor C16 passam a serem atendidos pela nova escola, ficando os demais alunos nas escolas em que eram atendidos no cenário atual. O cálculo da Função Objetivo permaneceu o mesmo do Caso 2.

Os resultados dos cálculos para verificação da nova condição de Escassez e Excesso de vagas da região são mostrados na Tabela 10.

Tabela 10 – Novo Cenário da região, com a construção de uma escola em C25.

Setor	Escola	Matrículas	Demanda	Condição
C2	Liceu São José de Itaipava	415	253	EXCESSO
C3	E. M. Augusto Pugnaroni	279	210	EXCESSO
C4	E. M. Darcy Corrêa da Veiga	85	109	ESCASSEZ
C6	E. M. Lucia de Almeida Braga	222	178	EXCESSO
C10	E. M. Celina Schechner	486	388	EXCESSO
C11	E. M. Dr Paula Buarque	359	237	EXCESSO
C16	E. M. Dr Theodoro Machado	237	522	ESCASSEZ
C17	Escola Santo Antônio	122	298	ESCASSEZ
C25	Nova Escola	300	305	IDEAL
TOTAL		2505	2501	IDEAL

Fonte: Os autores

**CASO 4:** Localização de Uma Nova Escola em C25 com 300 vagas e ampliação de escolas existentes:

As pospostas apresentadas nos casos 2 e 3, com a construção de uma nova escola no setor C25, não foram suficientes para que equilibrar a oferta de matrículas com a demanda de alunos. Desta forma, será proposta, além da construção da nova escola, a ampliação da oferta de matrículas em algumas escolas localizadas em regiões onde há uma diferença muito grande entre as vagas oferecidas e a demanda de alunos. Com isso procurou-se um realinhamento do Cenário 3, onde a Nova Escola construída no setor C25 continua a atender apenas esse setor e as demais escolas passam a ter quantidades diferentes de ofertas de matrículas, ficando mais próximas das demandas. Com isso buscou-se diminuir os excessos e faltas, tornando a distribuição de vagas mais próxima da realidade.

A tabela de Área de Abrangência e o mapa da região são os mesmos do Caso 3, apresentados anteriormente. A Função Objetivo foi recalculada, oferecendo o valor:  $Z = 2.355.634,80$ , considerando o atual cenário de distribuição das Áreas de Abrangência, apenas incluindo uma nova escola no setor C25, para atender exclusivamente à sua própria demanda. Na Tabela 11, os resultados:

Tabela 11 – Tabela com o cálculo da FO incluindo uma escola em C25

Fonte: Os autores

ATUAL+C25		
CENTROIDE	FUNÇÃO OBJETIVO	RESULTADO
C2	$(C2*dC2)+(C21*dC21)+(C35*dC35)$	486.088,55
C3	$(C3*dC3)+(C18*dC18)$	91.557,58
C4	$(C4*dC4)+(C1*dC1)$	31.056,66
C6	$(C6*dC6)+(C5*dC5)+(C31*dC31)+(C34*dC34)$	187.312,73
C10	$(C10*dC10)+(C7*dC7)+(C8*dC8)+$ $(C9*dC9)+(C22*dC22)+(C24*dC24)$	371.929,85
C11	$(C11*dC11)+(C12*dC12)+(C32*dC32)+(C33*dC33)$	127.894,72
C16	$(C16*dC16)+(C13*dC13)+(C15*dC15)+$ $(C19*dC19)+(C28*dC28)+(C29*dC29)+(C30*dC30)$	574.341,53
C17	$(C17*dC17)+(C14*dC14)+(C20*dC20)+$ $(C23*dC23)+(C26*dC26)+(C27*dC27)$	485.453,18
C25	$(C25*dC25)$	-
TOTAL:		2.355.634,80

A tabela referente à análise do cenário de Escassez ou Excesso de Vagas oferecidas nas escolas sofreu algumas alterações. Na Tabela 12, os resultados.

Tabela 12 – Novo Cenário da região, com a construção de uma escola em C25.

Fonte: Os autores

Setor	Escola	Matrículas	Demanda	Condição
C2	Liceu São José de Itaipava	260	253	IDEAL
C3	E. M. Augusto Pugnali	250	210	EXCESSO
C4	E. M. Darcy Corrêa da Veiga	100	109	IDEAL
C6	E. M. Lucia de Almeida Braga	190	178	IDEAL
C10	E. M. Celina Schechner	450	388	EXCESSO
C11	E. M. Dr Paula Buarque	250	237	IDEAL
C16	E. M. Dr Theodoro Machado	512	522	IDEAL
C17	Escola Santo Antônio	300	298	IDEAL
C25	Nova Escola	300	305	IDEAL
TOTAL		2505	2501	IDEAL

Vale ressaltar que não foram criadas novas vagas além das que serão ofertadas na nova escola construída. Todas as ampliações foram baseadas nas vagas já existentes e que estão sendo ofertadas em excesso em outros setores. Já que serão oferecidas vagas nas escolas mais próximas às suas residências, os alunos não precisariam mais se deslocar até outros setores, obedecendo à premissa de que todas as escolas possuem as mesmas condições de ensino.

Outro ponto que precisa ser citado é que as vagas reduzidas nas escolas não deixaram de existir, não sendo necessárias obras de redução. Como sugestão, estas vagas poderão ser utilizadas em outro segmento, seja Educação Infantil ou Ensino Médio já que o presente estudo leva em consideração apenas o Ensino Fundamental.

Os únicos custos seriam os de construção de uma nova escola e de ampliação das escolas dos setores que apresentam escassez de vagas, ou seja, a Escola Municipal Darcy Corrêa da Veiga, a Escola Municipal Dr. Theodoro Machado e a Escola Santo Antônio. Estas referidas escolas encontram-

se em setores rurais, que apresentam grande crescimento populacional e tal ampliação será necessária em breve.

## 6 RESULTADOS OBTIDOS

O presente trabalho descreve uma metodologia para estudar a localização de escolas públicas primárias e sua concomitante aplicação ao Distrito de Itaipava, no Município de Petrópolis/RJ. O problema em questão é relativamente pequeno, com 35 vértices, que representam os setores censitários. O modelo usual para estudos de localização é o modelo da p-mediana, que pressupõe que o aluno prefere a escola mais próxima de sua residência. Este modelo podem ser resolvido através do uso de modelos exatos, através do uso de aplicativos como o LINDO ou outro *software* de otimização, ou métodos heurísticos. O tamanho do problema e a visualização permitida pelo sistema geográfico favorecem a análise e possibilitam o uso de uma abordagem heurística para a resolução do modelo proposto da p-mediana, permitindo estimar os lugares mais propícios, mediante inspeção, para a localização de uma escola, calculando também os resultados. Este modelo, da p-mediana, pressupõe que o aluno prefere a escola mais próxima de sua residência, fato amplamente aceito e comprovado, pelo menos para a clientela da escola pública.

No Caso 1, viu-se que, mesmo com a construção de uma nova escola, analisando a escassez de vagas individualmente, o cenário não mudou muito. As 300 vagas abertas, supriram uma demanda muito pequena, causando um cenário de excesso de vagas no setor C24. Vagas estas que não serão preenchidas, de acordo com a premissa de que os alunos deverão percorrer o menor caminho até suas escolas. Analisando os totais de demanda e oferta, o cenário encontrado foi ideal, com 2505 vagas oferecidas para 2501 alunos.

No Caso 2, foi constatado que a abertura de uma escola no setor C25 não seria suficiente para atender à demanda de alunos com o novo cenário de Áreas de Abrangência, tendo em vista que o setor que apresentava escassez de vagas teve este número aumentado, já que mais crianças se deslocarão até ele para estudar. Analisando os totais de demanda e oferta, o cenário encontrado foi ideal, com a oferta de 2505 vagas para uma demanda de 2501 alunos, encontrado também no Caso 1.

No Caso 3, o cenário de Áreas de Abrangência não foi alterado. Foi utilizado o cenário atual, construindo-se uma escola em C25 para atender apenas à sua própria demanda, a maior de todos os setores censitários. Analisando individualmente a escassez de vagas nos setores, o cenário não mudou. Porém, analisando a demanda total de alunos e a oferta total de vagas, o cenário de escassez passa a ser um cenário ideal, pois serão oferecidas 2505 vagas para uma demanda de 2501 alunos, evidenciando que há uma má distribuição das vagas oferecidas em cada escola, como também foi constatado nos Casos 1 e 2.

No Caso 4, foram sugeridas alterações na oferta de vagas de cada escola e foi mantida a proposta de construção de uma escola em C25, mantendo o cenário atual de Áreas de Abrangência. Analisando individualmente os setores, foram encontrados cenários ideais de oferta de vagas em 78% das escolas e cenários de excesso em 22%, o que configura um cenário geral ideal. Foram oferecidas quatro vagas além da demanda, pois o estudo foi baseado em uma estimativa de demanda de alunos.

Os resultados das Funções Objetivo, que representam a distância percorrida pelos alunos até suas escolas apresentou valor inferior à calculada para o cenário atual, mostrando que todos os cenários propostos atendem ao objetivo de reduzir a inconveniência coletiva, ou seja, à premissa de minimizar a minimização das distâncias percorridas pelos alunos até suas escolas mais próximas.

Conclui-se que, uma redistribuição das vagas seria mais viável economicamente e resolveria boa parte da questão de escassez de vagas na região. A construção de uma nova escola na região rural melhoraria o trajeto residência x escola dos alunos, que percorreriam uma distância bem menor para

estudar e teriam um ensino de igual qualidade.

## 7 CONCLUSÃO

O objetivo central do presente estudo foi avaliar a localização de escolas públicas de Ensino Fundamental do Distrito de Itaipava, Município de Petrópolis/RJ. A metodologia aplicada para tal foi o modelo da p-Mediana, que indica a preferência dos alunos por escolas próximas a suas residências devido a fatores como custo de transporte, segurança, tempo gasto no percurso, entre outros.

A região estudada é afastada do centro do município, mostrando que é necessário haver escolas suficientes e de igual qualidade de ensino neste distrito. O aprendizado dos alunos é bastante afetado pelo tempo gasto entre suas residências e a escola onde estudam. A preferência por estudar em locais mais próximos e mais acessíveis é fato comprovado pelos usuários da rede pública.

Foram observados o cenário atual e quatro alternativas de mudanças propostas e através de cálculos lógicos ficou evidenciado que o problema em questão não seria totalmente solucionado apenas com a construção de uma ou mais escolas. Durante a análise, foi identificada outra causa raiz para o problema, a má distribuição das vagas na região.

O primeiro cenário, que é o atual, evidenciou a escassez de vagas principalmente na região rural do distrito, onde a demanda é suprida apenas por duas escolas (Escola Municipal Dr. Theodoro Machado e Escola Santo Antônio) com oferta de vagas bem abaixo do necessário. Com isso, os alunos desta região têm um deslocamento maior até a escola mais próxima com vagas disponíveis, localizada no setor central do distrito, que é a maior da região.

A primeira solução proposta constatou que a construção de uma escola setor C24, mesmo sendo localizado entre os setores que apresentam escassez de vagas no cenário atual, não seria suficiente para solucionar o problema. Foi encontrada outra causa raiz para o problema proposto: A má distribuição de vagas.

A segunda e a terceira alternativas evidenciaram a causa raiz encontrada na primeira solução. Assim, viu-se que o problema não seria resolvido apenas construindo uma nova escola, qualquer que seja sua localização, contrariando a idéia inicial e a solução básica para qualquer problema de escassez de vagas, a construção de uma nova escola.

O quarto caso soluciona o problema proposto e evidencia que a redistribuição das vagas nas escolas foi fator determinante para sua solução.

Todos os cenários propostos são apenas uma análise para auxiliar na tomada de decisão futura para a solução do problema. Obviamente, existem inúmeros outros cenários e muitos outros fatores que viabilizam ou não tal solução. Porém, por ser um estudo de fácil entendimento, pode ser aplicado a qualquer outro cenário encontrado e não evidenciado no presente estudo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] HILLIER, Frederick; LIEBERMAN, Gerald, *Introdução à Pesquisa Operacional*, 1ª Edição. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1988
- [2] MALLER, Rafaela; *Avaliação da Localização de Escolas Públicas no Distrito de Itaipava/RJ*, Monografia, UCP, Universidade Católica de Petrópolis, 2013.
- [3] PIZZOLATO, Nélio Domingues, GANDOLPHO, André Alves; *Técnicas de Otimização*, 1ª Edição. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2009
- [4] PIZZOLATO, N.D., RAUPP, F.M.P. e ALZAMORA, G.S., (2012). Revisão de Desafios

Aplicados em Localização com Base em Modelos da p-mediana e suas Variantes. *Podes, Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, 4(1), pp.13-42.

[5] PIZZOLATO, Nélio D, ROZENTAL, Marcelo. *Localização de Shopping Center de Vizinhança*. Estudo de Caso: Barra da Tijuca, Rio de Janeiro/RJ, 2009.

[6] PIZZOLATO, Nélio D, BARROS, Ana Gláucia, CANEN, Alberto G, BARCELOS, Fabrício B. *Localização de escolas públicas: Síntese de algumas linhas de experiências no Brasil*, 2004.

[7] PIZZOLATO, N.D. & SILVA, H.B.F. (1993). *Proposta Metodológica de Localização de Escolas: Estudo do Caso de Nova Iguaçu*. *Revista Pesquisa Operacional*, v.14, 1-13.

[8] <http://www.ibge.gov.br/>, Último acesso: 02/08/2013 às 18h00min.