

## **SIMULAÇÃO EM FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL (CFD) PARA VERIFICAÇÃO DE UM ESCOAMENTO EXTERNO SOBRE UM CORPO ROMBUDO**

**Daniel M. da Cruz<sup>1\*</sup>, Marcelo de A. Barreto<sup>2</sup> e Aleones J. da Cruz Júnior<sup>3,4</sup>**

<sup>1</sup>*Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS),  
Porto Alegre, Brasil*

<sup>2</sup>*Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio  
Grande (FURG), Rio Grande, Brasil*

<sup>3</sup>*Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília (UnB), Brasília, Brasil*

<sup>4</sup>*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano (IF Goiano), Trindade, Brasil.*

**Palavras-chave:** escoamento Externo, Corpo Rombudo, GMSH, Ansys Fluent, Simulação Numérica.

**Resumo.** As simulações computacionais, tanto na área de sólidos como na área de fluidos tem ganhado importante destaque em meios acadêmicos, industriais, profissionais, dentre outros. Esse estudo em *Computational Fluid Dynamics* (CFD) fornece com as simulações as interpretações de campos de velocidade, pressão, temperatura, bem como suas associações aos parâmetros adimensionais de Reynolds, Nusselt e Prandtl. O intuito deste trabalho é fazer simulações de um escoamento externo incompressível, transiente, laminar, com transferência de calor por convecção forçada em um domínio bidimensional sobre um corpo rombudo e verificar com trabalhos da literatura. A partir da geometria proposta, e da malha gerada no GMSH, faz-se no Ansys Fluent a simulação numérica, onde os resultados de interesse são: campo de velocidade, campo de temperatura, campo de pressão, e em especial o número de Nusselt no corpo sob escoamento. Como comparação da literatura, chega-se a uma rotina verificada que pode ser explorada em estudos futuros em relação a condições de contorno e condições geométricas e suas influências sob campos e os adimensionais.

---

Endereços de e-mail: [daniel.cruz@ufrgs.br](mailto:daniel.cruz@ufrgs.br)\*, [marcelobarretobm@gmail.com](mailto:marcelobarretobm@gmail.com),  
[aleones.junior@ifgoiano.edu.br](mailto:aleones.junior@ifgoiano.edu.br).

## **SIMULATION IN COMPUTATIONAL FLUIDODYNAMICS (CFD) TO VERIFY AN EXTERNAL FLOW OVER A STOUT BODY**

**Keywords:** External flow, Stout body, GMSH, Ansys Fluent, Numerical simulation.

**Abstract.** Computer simulations, both in the area of solids and in the area of fluids, have gained important prominence in academic, industrial and professional circles, among others. This study in Computational Fluid Dynamics (CFD) provides, with the simulations, the interpretations of velocity, pressure, temperature fields, as well as their associations with the dimensionless parameters of Reynolds, Nusselt and Prandtl. The aim of this work is to simulate an external incompressible flow, transient, laminar, with heat transfer by forced convection in a two-dimensional domain over a blunt body and verify with works in the literature. From the proposed geometry and the mesh generated in GMSH, the numerical simulation is performed in Ansys Fluent, where the results of interest are: velocity field, temperature field, pressure field, and in particular the Nusselt number in the body under flow. As a comparison of the literature, we arrive at a verified routine that can be explored in future studies in relation to boundary conditions and geometric conditions and their influences under fields and dimensionless ones.

## 1 INTRODUÇÃO

A mecânica dos fluidos é uma ciência dedicada ao estudo de fluidos estacionários e em movimento. Destacam-se os progressos realizados nesta área nas últimas décadas. Os fluidos são onipresentes na natureza, como ar, água, sangue circulando nas veias e artérias humanas, e diversos outros exemplos [6].

O entendimento aprofundado sobre os fluidos e seus escoamentos têm sido um desafio para matemáticos, físicos e engenheiros, pois é fundamental para aprimorar seus projetos relacionados à mecânica dos fluidos. Às vezes é necessário entender não apenas o escoamento em si, mas também questões interrelacionadas, como a influência das condições de contorno e a influência da configuração geométrica, geralmente objetivando a otimização do sistema [2].

Ao longo do desenvolvimento da mecânica dos fluidos várias equações e recursos matemáticos foram elaborados descrevendo o comportamento dos escoamentos, dentre tantos destaca-se os números adimensionais (tais como Reynolds, Nusselts e Prandtl) e a equação de Navier-Stokes, que ganhou um lugar fundamental na área de mecânica dos fluidos [7]. Esta equação foi elaborada por Louis Marie Henri Navier (1785–1836), e por George Gabriel Stokes (1819–1903), e sua finalidade é descrever e analisar o comportamento dos escoamentos [10].

As equações de Navier-Stokes em seu vasto campo de aplicações, permitem uma diversidade de investigações, na literatura pode-se encontrar estudos de escoamentos relativos à gradientes de temperatura [15], aquecimento/resfriamento de cavidades [1], à mecânica e performance computacional [5], à aerodinâmica de aviões [8], à dispersão de poluentes na atmosfera [14], dentre diversos outros estudos. Enfim, tudo que envolve escoamento trabalha usualmente com as equações de Navier-Stokes, e estas equações são classificadas como equações diferenciais parciais não lineares que possibilitam determinar campos de velocidade, campos de pressão, dentre outros [3].

Além de uma equação generalista que permite o equacionamento partindo das condições de contorno e considerações simplificadoras, um outro advento responsável por grande avanço na mecânica dos fluidos, foi o desenvolvimento de softwares computacionais [11]. Na contemporaneidade, os computadores têm um papel fundamental, e nesse contexto nasceu a *Computational Fluid Dynamics* (CFD), em tradução livre Dinâmica dos Fluidos Computacional. Este método, baseado em equações previamente desenvolvidas e métodos numéricos cada vez mais precisos, tem encontrado ampla aplicação na simulação de problemas de mecânica dos fluidos de forma bastante satisfatória. À medida que avançamos no uso de computadores mais potentes com maior processamento e desempenho, ele pode resolver problemas cada vez mais complexos em todos os campos, e também na mecânica dos fluidos.

A complexidade dos problemas em mecânica dos fluidos afeta não apenas a dificuldade de resolução analiticamente, mas também os métodos experimentais que se tornam onerosos, situação que impulsiona o campo da simulação numérica computacional. Atualmente, não há como negar o ritmo frenético do avanço da computação que existe em todo o mundo. Como resultado desses avanços e da implementação de métodos numéricos, aplicações de interesse científico e de engenharia podem ser simuladas de forma interativa e iterativa.

Exatamente neste contexto que se propõe esse trabalho a fazer simulações em software CFD (*Computational Fluid Dynamics*), simulando um escoamento externo incompressível, transiente, laminar, e com transferência de calor por convecção forçada em um domínio bidimensional sendo este escoamento sobre um corpo rombudo. O objetivo é gerar resultados coerentes com [13] para condições similares.

A motivação em escoamentos externos sobre corpos onde todas as dimensões são significativas reside no estudo de dissipação de calor, e dos devidos campos de pressão, temperatura e velocidade. Como o experimental é oneroso, a simulação por CFD é adequada.

Aqui deseja-se uma verificação com a literatura, que futuramente permite construir problemas mais complexos e iterar nas condições de contorno, aproximando a aplicações reais, como resfriamento de módulos computacionais sobressalentes em superfícies, resfriamento de pequenos corpos com geração de calor, resfriamento de partes de motores por corpo sobressalente para dissipação, dentre outras aplicações.

## 2 MODELAGEM DO PROBLEMA

O problema consiste na simulação de um escoamento externo incompressível, transiente, laminar, com transferência de calor por convecção forçada em um domínio bidimensional, e sobre um corpo rombudo, conforme ilustra a Figura 1.

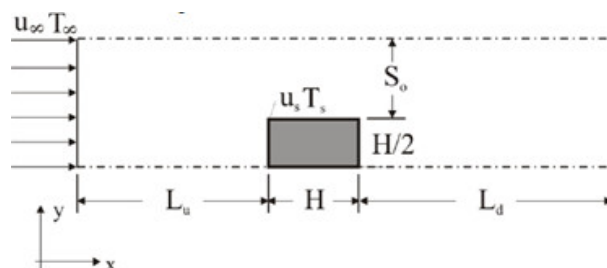


Figura 1: Domínio geométrico de meio corpo rombudo

O domínio descrito acima corresponde à metade da geometria total, que se espelha para baixo, tem-se todo o corpo rombudo em meio ao escoamento.

Sobre as condições de contorno do problema: condição de entrada de velocidade e temperatura. Para a temperatura será uma condição prescrita por uma temperatura  $T_\infty$ , e para a velocidade de entrada esta será um valor constante, porém dependente do valor de Reynolds desejado para a análise. Para a condição de saída há uma pressão prescrita, pressão manométrica igual à zero, e uma condição localmente parabólica para o campo térmico.

No corpo rombudo tem-se uma condição de não deslizamento e impermeabilidade para o campo fluidodinâmico [9], isso quer dizer que a velocidade exatamente sobre a superfície do corpo rombudo é nula ( $u_s = 0$  m/s). O corpo rombudo também se encontra a uma temperatura constante  $T_s$ , de forma que  $T_\infty < T_s$ . Outra condição relativa à superfície, é a condição de simetria no eixo inferior do apresentado na Figura 1.

Sobre os dados do problema pode-se agora descrever, em termos de comprimentos e temperaturas apresentadas na Tabela 1, a geometria e condições propostas.

Tabela 1: Geometria e condições propostas

$T_s$	$T_\infty$	$L_u$	$L_d$	$H$	$S_0$
40 °C = 313,15 K	20 °C = 293,15 K	85 mm	165 mm	10 mm	20 mm

Os valores das propriedades termo físicas do ar no escoamento, a saber, densidade ( $\rho$ ), viscosidade ( $\mu$ ), condutividade térmica ( $k$ ) e calor específico ( $c_p$ ), são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2: Geometria e condições propostas

$\rho$	$\mu$	$k$	$c_p$
1,255 kg/m <sup>3</sup>	1,7895 · 10 <sup>-5</sup> kg/(m·s)	0,02 W/(m·K)	1120,43 J/(kg·K)

Para este problema, pede-se duas condições de Reynolds, 60 e 160, ambas para Prandtl,  $Pr = 1$ , que pode ser conferido através das propriedades termo físicas do ar:

$$Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{k} \quad (1)$$

Para o número de Reynolds ( $Re$ ), que representa o quociente de forças inerciais por forças de viscosidade, deverá ser calculada a velocidade de entrada que retorne o número de Reynolds desejado, através da Eq. (2), em que  $u$  é a velocidade média do escoamento e  $D$  é um comprimento característico do fluxo:

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\mu} \quad (2)$$

Para a condição de  $Re = 60$ , deve-se considerar  $u_\infty = 8,76 \cdot 10^{-2}$  m/s. E para a condição de  $Re = 160$ , deve-se então considerar  $u_\infty = 2,33 \cdot 10^{-1}$  m/s.

Ainda se define o número adimensional de Nusselt ( $Nu$ ), variável de interesse que será obtida na simulação numérica. Este adimensional determina o coeficiente de transferência de calor por convecção, sendo o quociente da transferência de calor por convecção pela transferência de calor por condução. A Eq. (3), mostra a definição matemática, onde  $h$  é o coeficiente de transferência térmica por convecção,  $L$  é o comprimento característico, e  $k$  é a condutividade térmica do fluido:

$$Nu = \frac{h \cdot L}{k} \quad (3)$$

### 3 EQUAÇÕES GOVERNANTES

A resolução e análise é em um software CFD, sendo importante que se entenda as equações governantes do fenômeno. Estas equações para qualquer problema de mecânica dos fluidos se baseiam em equação da continuidade, de momento em  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e de energia. Ou seja, se baseiam nas equações de Navier-Stokes, já que essa é derivada do princípio da conservação da massa, energia, momento linear e momento angular.

Para nossas equações governantes aplica-se as equações de Navier-Stokes, Eq. (4), Eq. (5) e Eq. (6), assumindo densidade como uma constante e com a equação da continuidade assumindo a incompressibilidade.

Para Navier-Stokes ( $\rho$  constante):

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho \cdot g_x \quad (4)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho \cdot g_y \quad (5)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho \cdot g_z \quad (6)$$

Para Continuidade, Eq. (7), (condição de incompressibilidade):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

Destaca-se que as equações que governam o fenômeno descritas acima, estão em uma maneira bastante generalista para o caso 3D [9]. Para as condições impostas pela proposição bidimensional, as equações serão simplificadas para o caso 2D, e a simulação numérica

abordará as condições de escoamento externo incompressível, regime transiente, laminar, com transferência de calor por convecção forçada em um domínio bidimensional.

#### 4 MALHA NO GMSH E INDEPENDÊNCIA DE MALHA

Antes da resolução do escoamento em software CFD, é necessário que se crie uma malha a fim de discretizar o domínio a fim de aplicar o método numérico apropriado se baseando na quantidade de nós e/ou elementos. Para a geração dessa malha foi adotado o software GMSH.

As linhas que delimitam o domínio, é a união sequencial entre os pontos. Realizando esse procedimento com a inserção das coordenadas e determinação das linhas obtém-se o mostrado na Figura 2.

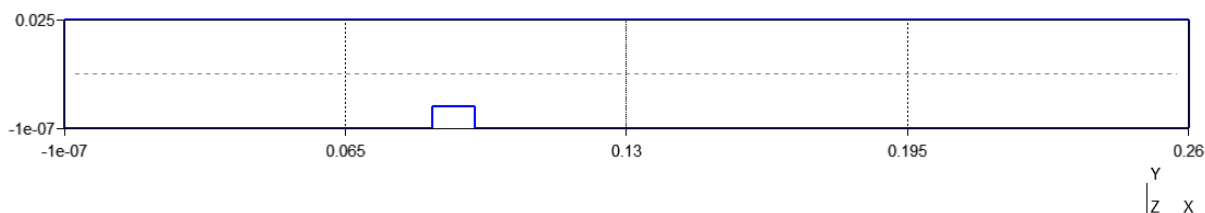


Figura 2: Domínio do escoamento GMSH

Agora pode-se gerar uma malha dentro deste domínio. Foi utilizada a definição de “*transfinite*” onde o número de pontos para cada linha correspondeu ao comprimento em milímetros da mesma. É importante essa etapa pois o refinamento de malha para que chegasse à condição de independência de malha foi feita aumentando justamente esse valor, multiplicando-o por dois, depois por três, e então por quatro, e assim sucessivamente até que chegasse na condição de independência de malha. A Figura 3 mostra a malha obtida para a condição inicial de refino de malha:

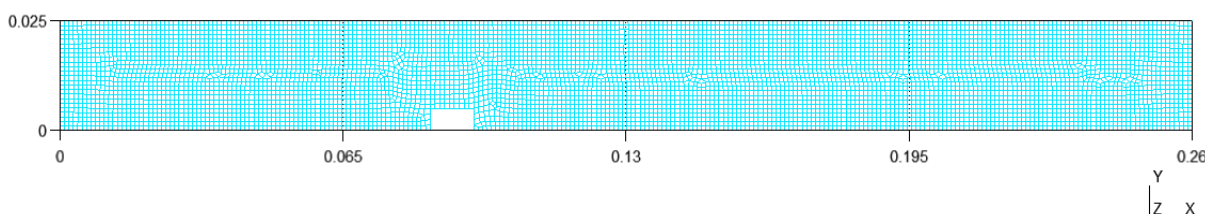


Figura 3: Malha inicial gerada, GMSH

Esta malha deve ter uma atenção especial em seu tratamento. Isto porque a baixa quantidade de nós/elementos, pode levar a resultados imprecisos. À medida que se aumenta a quantidade de pontos, a malha é refinada, fazendo com que os resultados convirjam para um valor cada vez mais preciso, e sofrendo uma menor variação em relação ao refinamento anterior.

Uma malha cuja a construção considere uma quantidade exagerada de pontos, muito além do necessário, faz com que o esforço computacional aumente substancialmente e mesmo obtendo resultados refinados (pela alta quantidade de nós/elementos), ainda assim, deixa-se de ser vantajoso, pois o esforço computacional é muito maior do que o necessário, isso implica em processamento e tempos maiores. Para poder ter o menor esforço computacional com resultados confiáveis faz-se um procedimento para determinar a condição de independência de malha [4].

A busca é por uma condição em que a diferença de um resultado desejado de refinamentos subsequentes seja bem pequena. Matematicamente essa condição de independência é expressa pela Eq. (8), e usualmente na literatura é comum a utilização de valores na ordem de  $1 \cdot 10^{-3}$  ou



até inferiores. O valor tomado para análise, indicado na Eq. (8) por  $X$ , pode ser qualquer variável de interesse.

$$R = \frac{|x^{j+1}| - |x^j|}{|x^j|} < 1 \cdot 10^{-3} \quad (8)$$

Como um dos resultados de interesse deste trabalho é o adimensional de Nusselt, este será o parâmetro para determinar a condição de independência de malha. Assim o  $X$  assume o valor de Nusselt médio ao longo do meio corpo rombudo simulado e permite identificar a condição de independência de malha.

Foi aplicada essa condição de independência de malha para a situação de  $Re = 60$ , de forma que, na geração do GMSH, a quantidade de elementos correspondesse à quantidade presente naquele domínio (que é metade da geometria do escoamento), como apresentado na Tabela 3.

Tabela 3: Condição de independência de malha

GMSH (nº Elementos)	FLUENT (nº de Nusselt)	$R < 0,001$
6917	3,93886	-
26752	3,942841	0,001010699
59446	3,943975	0,00028761

Chega-se na condição de independência de malha quando 59.446 elementos são utilizados no domínio do GMSH, na terceira malha gerada.

## 5 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Para as simulações em CFD, foi escolhido o software Ansys Fluent. Neste importa-se a malha na condição independente gerada no GMSH. E então faz-se a inserção de todas as condições de contorno, bem como define-se parâmetros indicados no problema. Vale lembrar que há duas interações no FLUENT:

- a)  $Re = 60$  e  $Pr = 1$ ;
- b)  $Re = 160$  e  $Pr = 1$ .

Nos resultados que seguem, até para poder visualizar e fazer comparações, os resultados são exibidos aos pares, onde os itens a) e b) remetem respectivamente aos indicados acima. No FLUENT plota-se então campo de pressão (Figuras 4 e 5), campo de temperatura (Figuras 6 e 7), campo de velocidade (Figuras 8 e 9) e número de Nusselt no comprimento do meio corpo rombudo (Figuras 10 e 11).

Para os campos de pressões, visualmente a forma dos campos no contado frontal do escoamento com o corpo rombudo, assumem a mesma distribuição gráfica, porém com valores diferentes de intensidade indicados na escala presentes abaixo de cada campo, Figuras 4 e 5. Assim, para um escoamento que se desenvolve com maior velocidade, a pressão sobre o corpo rombudo é maior, sendo as pressões para a condição b), maiores que para a condição a). Analogamente há uma região de vácuo atrás do corpo rombudo que passa a ser mais comprida à medida que a velocidade do escoamento aumenta.

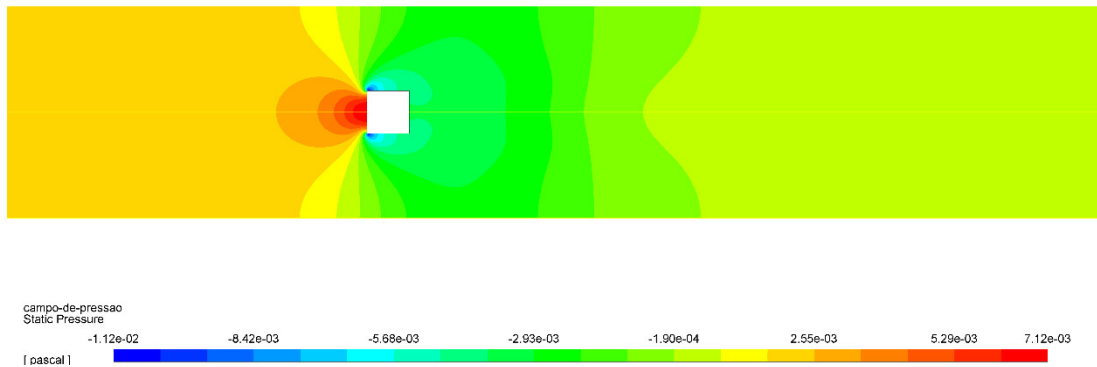


Figura 4: Campo de pressão condição a)

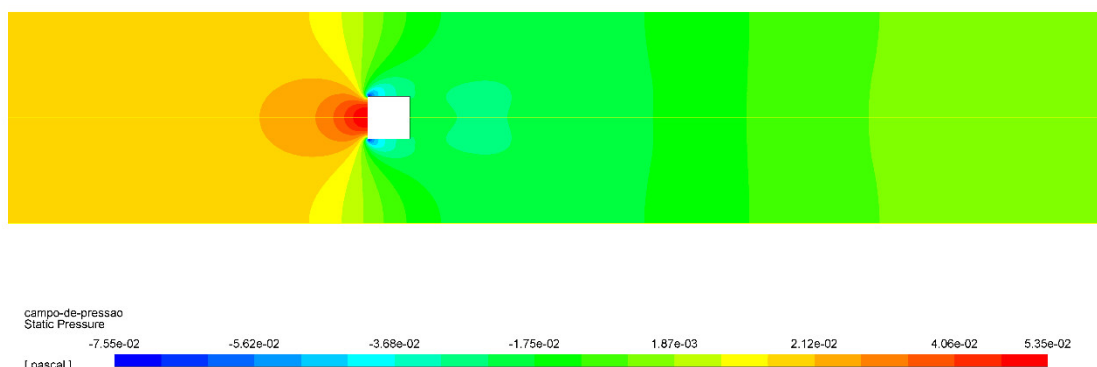


Figura 5: Campo de pressão condição b)

Sobre o campo de temperatura, observa-se que para ambas as condições, a) e b), a escala de temperaturas não modificou em valores, sendo o valor máximo de 313 K na superfície do corpo rombudo, e a temperatura mínima 293 K que é a temperatura do escoamento desenvolvido, valores que se verificam em ambas as escalas das Figuras 6 e 7. Isto já era esperado uma vez que as temperaturas inseridas ali eram prescritas e constantes, e iguais para ambas as condições. Ao mesmo tempo, não deixa de indicar congruência da solução.



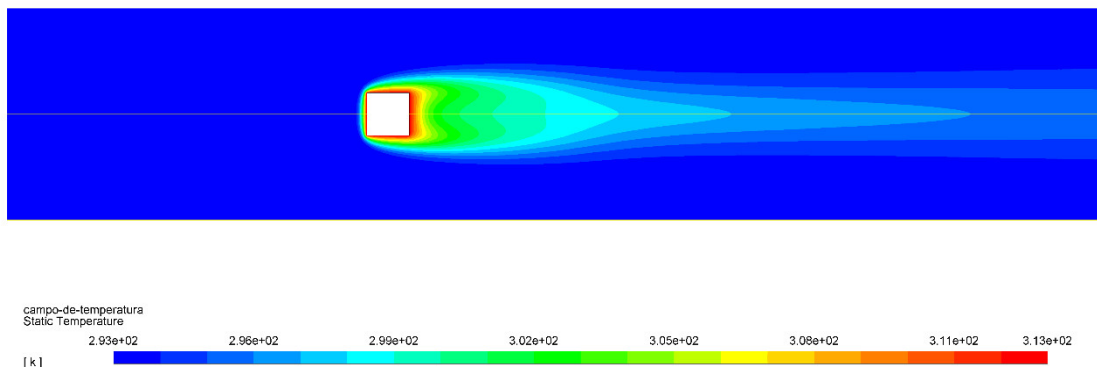


Figura 6: Campo de temperatura condição a)

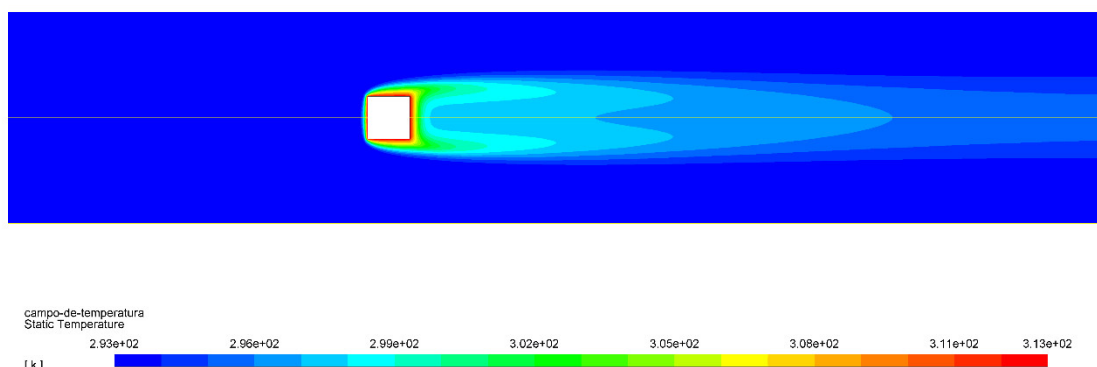


Figura 7: Campo de temperatura condição b)

Sobre o campo de velocidades, essa é nossa variável direta modificada na condição a) e na condição b), naturalmente é o campo que mais diverge em relação a escala e em relação a distribuição, Figuras 8 e 9. O que se pode observar, é que para o escoamento com maior velocidade, perde-se mais lentamente essa velocidade em função do corpo rombudo quando comparado com o escoamento de menor velocidade que perde velocidade em um espaço mais curto e estabiliza numa velocidade bem menor.

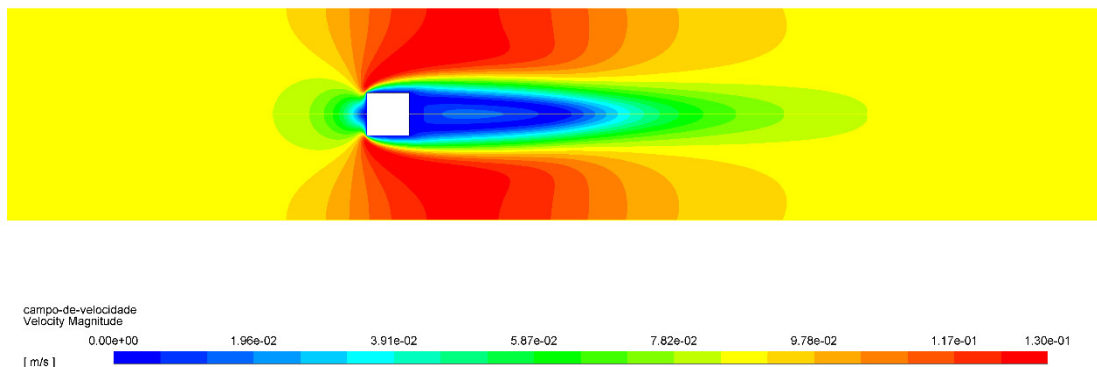


Figura 8: Campo de velocidade condição a)

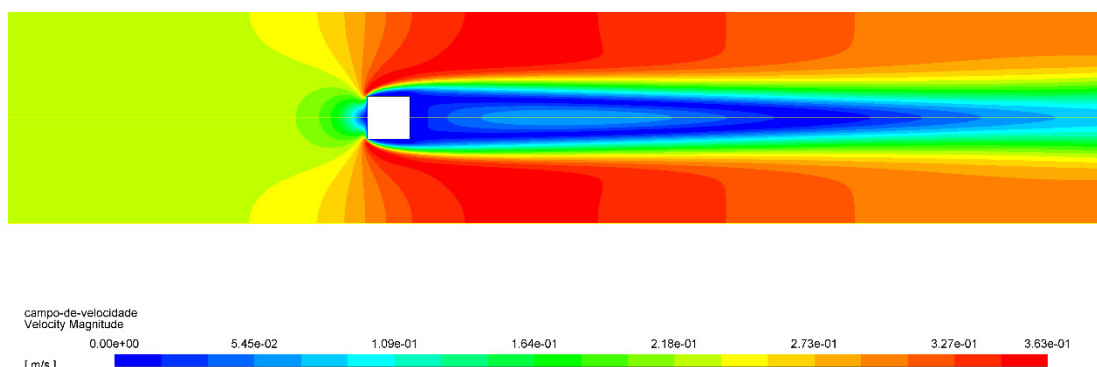


Figura 9: Campo de velocidade condição b)

O número de Nusselt obtido no corpo rombudo, foi obtido retirando a média sob todo o comprimento da superfície do meio corpo rombudo simulado. Para a condição a) têm-se  $Nu_m = 3,943975$ , e para a condição b) têm-se  $Nu_m = 5,620236$ . Nas Figuras 10 e 11, consta o desenvolvimento do Nusselt local ao redor do corpo rombudo, em função do comprimento da superfície.

Se observar o gráfico do Nusselt local obtido neste trabalho, e comparar com os gráficos obtidos em [12, 13], para condições bastante semelhantes, verifica-se grande similaridade nos perfis e nos valores correspondentes nas escalas, Figura 12.

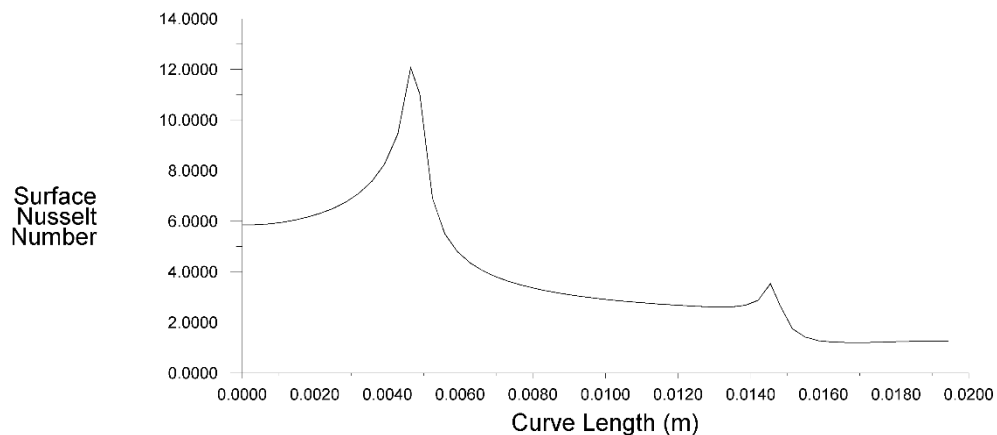


Figura 10: Número de Nusselt local no corpo rombudo condição a)

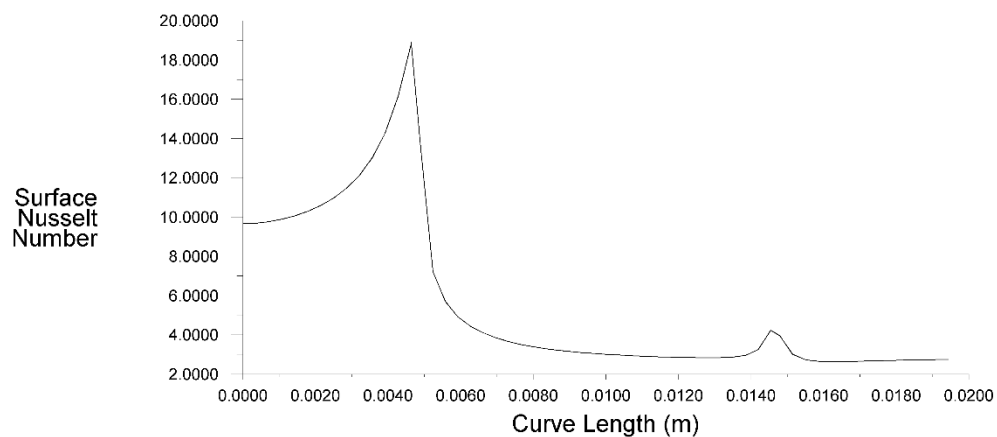


Figura 11: Número de Nusselt local no corpo rombudo condição b)

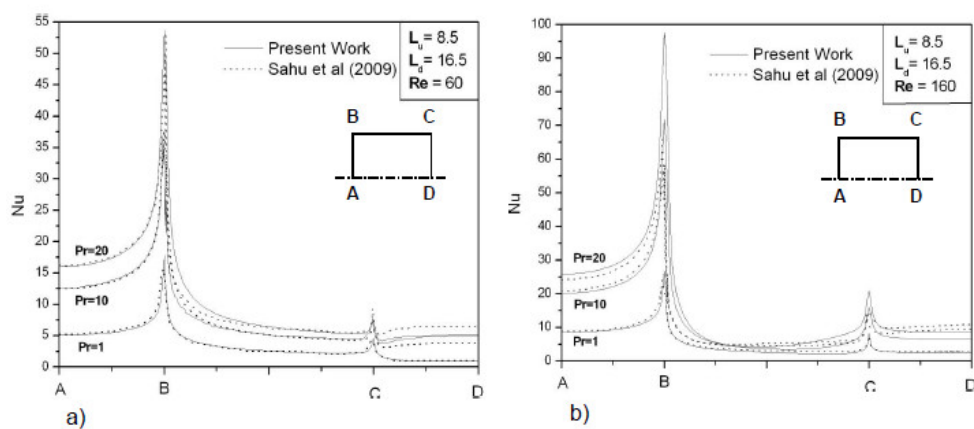


Figura 12: Gráficos de Nusselt local ([13] apud [12])

## 6 CONCLUSÕES

Com os devidos resultados gerados faz-se determinadas interpretações e comparações dos mesmos. Análises que vão desde o entendimento físico do problema, até mesmo na comparação com o trabalho usado como referência.

Observa-se que há uma diferença no campo de temperatura gerado para cada condição em termo da sua distribuição, Figura 6 e 7. Na condição de  $Re = 160$ , a velocidade do escoamento na direção  $x$  é maior fazendo com que o gradiente de temperatura após o corpo rombudo na direção do escoamento tenha maior comprimento. Observa-se ainda que na condição de  $Re = 60$ , a velocidade do escoamento é menor, e assim existe uma temperatura maior que permanece logo após o corpo rombudo.

Nos campos de pressões, Figuras 4 e 5, verifica-se maiores valores de magnitude de pressão no contato com o corpo rombudo, além de uma região de vácuo maior, ambas para maiores velocidades de escoamento que se traduz em maior número de Reynolds.

Para os números de Nusselt, foram obtidos valores médios do grupo adimensional para o corpo rombudo. Na condição de  $Re = 60$ , acha-se um Nusselt médio de 3,94, e para a condição de  $Re = 160$ , acha-se um Nusselt médio de 5,62. Ou seja, o aumento do Reynolds, para um mesmo Prandtl, culmina no aumento do número de Nusselt. Se o número de Nusselt é a relação de convecção por condução, naturalmente um escoamento de ar ao aumentar a velocidade aumenta a taxa de convecção forçada fazendo com que o Nusselt também se eleve. Observa-se ainda que o aumento de Reynolds não é uma razão linear para o aumento de Nusselt.

Como observado nas Figuras 10, 11 e 12, há congruência da simulação numérica com a literatura, em relação ao adimensional de Nusselt. Isso valida as simulações numéricas podendo agora assumir o script da simulação como um executável. A proposta é que com a simulação numérica verificada, trabalhos futuros sejam desenvolvidos em torno das condições geométricas para constatar a influência do efeito de escala sobre o número de Nusselt. Bem como a variação das condições de contorno prescritas, também avaliando a influência sobre o número de Nusselt.

## REFERÊNCIAS

- [1] M. Aminzadeh, J. Khadem, S. A. Zolfaghari e A. Omidvar. Computational study on self-oscillatory flow induced by vertical and horizontal jets in partially heated and cooled cavities. *International Communications In Heat And Mass Transfer*, 129:105680, 2021. <http://dx.doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105680>.
- [2] A. Bejan, *Shape and structure from engineering to nature*. Cambridge University Press, 2000.
- [3] Y. A. Çengel e J. M. Cimbala. *Mecânica dos fluidos: fundamentos e aplicações*. McGraw-Hill, 2007.
- [4] J. Fish e T. Belytschko. *Um primeiro curso em elementos finitos*. LTC, 1ª edição, 2009.
- [5] D. Forti e L. Dedè. Semi-implicit BDF time discretization of the Navier–Stokes equations with VMS-LES modeling in a High Performance Computing framework. *Computers & Fluids*, 117:168–182, 2015. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2015.05.011>.
- [6] A. O. Fortuna. *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações*. Edusp, 2000.
- [7] U. Ghia, K. N. Ghia, e C. T. Shin. High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. *Journal Of Computational Physics*, 48(3): 387–411, 1982. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(82\)90058-4](https://doi.org/10.1016/0021-9991(82)90058-4).

- [8] C. J. Greenshields e J. M. Reese. Rarefied hypersonic flow simulations using the Navier–Stokes equations with non-equilibrium boundary conditions. *Progress In Aerospace Sciences*, 52:80–87, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.paerosci.2011.08.001>.
- [9] F. P. Incropera e D. P. DeWitt. *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. LTC, 4ª edição, 1998.
- [10] R. Mendes. *Análise do acoplamento pressão-velocidade nas equações de Navier-Stokes utilizando o método dos volumes finitos baseado em elementos e solução acoplada*. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, Brasil, 2007. Disponível em <<http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/90149>>. Acessado em julho de 2022.
- [11] L. Paskin. *Solução computacional das equações de Navier-Stokes em uma formulação penalizada de elementos finitos*. Projeto de graduação, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro – RJ, Brasil, 2016. Disponível em <<http://www.repositorio.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10017609.pdf>>. Acessado em julho de 2022.
- [12] A. K. Sahu, R. P. Chhabra e V. Eswaran. Effects of Reynolds and Prandtl numbers on heat transfer from a square cylinder in the unsteady flow regime. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(3–4):839–850, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.07.032>.
- [13] E. D. Santos, A. Dallagnol, A. P. Petry e L. A. O. Rocha. Heat Transfer Optimization of Cross-Flow Over Assemblies of Bluff Bodies Employing Constructal Principle. *Anais COBEM 2009: 20th International Congress of Mechanical Engineering*. Gramado – RS, Brasil: 2009. Disponível em <<https://www.abcm.org.br/anais/cobem/2009/pdf/COB09-0405.pdf>>. Acessado em julho de 2022.
- [14] M. M. Souza. *Solução das equações de Navier-Stokes para fluidos incompressíveis via elementos finitos*. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, Brasil, 2013. Disponível em <<http://hdl.handle.net/10183/75769>>. Acessado em julho de 2022.
- [15] L. Zheng, Y. Lin e X. Zhang. Marangoni convection of power law fluids driven by power-law temperature gradient. *Journal Of The Franklin Institute*, 349(8):2585–2597, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfranklin.2012.07.004>.