REUCP, Petrópolis, Volume 11, n° 1 (2017), P. 22-32
ISSN 2318-0692

SIMULAÇÃO DE SISTEMA DE LEVITAÇÃO DE ESFERA EMBARCADA EM UM CORPO EM MOVIMENTO

Daniel G. de F. Blaskievicz* **e Maurício Gruzman**

Instituto Militar de Engenharia, Seção de Engenharia Mecânica e de Materiais, 22290-270 – Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Palavras-chave: Atuador eletromagnético, Controle PID.

Resumo: Neste artigo é apresentado o modelo de um sistema constituído por três pares de atuadores eletromagnéticos colineares, cuja finalidade é manter uma esfera metálica levitando entre eles. Considera-se que o sistema é fixo em um veículo que, por sua vez, possui movimentos prescritos. Controladores PID independentes são empregados em cada par de atuadores de modo a fornecer correntes de controle adequadas para manter a esfera levitando. Para se obter os ganhos dos controladores, considera-se o modelo linearizado do sistema. Por fim são apresentados resultados de uma simulação onde se considera as equações não-lineares do sistema e se verifica a adequabilidade dos controladores para manter a esfera levitando entre eles.

Endereços de e-mail: danigfb@hotmail.com *, gruzman@ime.eb.br

1 INTRODUÇÃO

É cada vez mais comum a disseminação e utilização de equipamentos embarcados em corpos em movimento, destinados a direcioná-los por uma trajetória ou para a navegação entre dois pontos predeterminados.

Dentre os vários tipos de sensores de orientação, há um modelo muito promissor, o qual se constitui na levitação de uma esfera de material ferromagnético [1, 2, 10], conforme é apresentado na Figura 1.

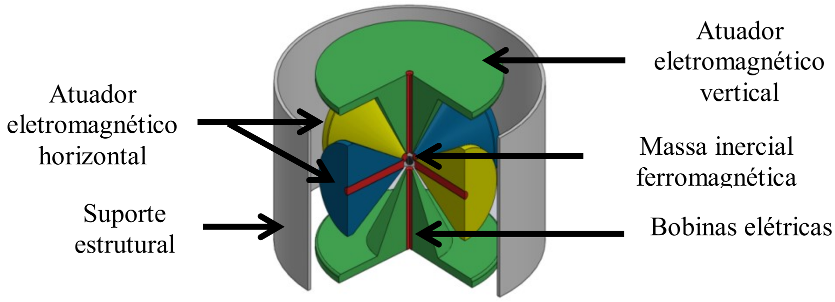


Figura 1: Modelo de atuador eletromagnético com esfera levitada [4]

2 MODELAGEM DO ATUADOR ELETROMAGNÉTICO

2.1 Princípio de operação

O funcionamento do sistema inicia-se quando são fornecidas correntes elétricas, $i(t)$, às bobinas dos atuadores, de modo a se colocar para levitar entre os mesmos a esfera. Nesta condição, tem-se os eixos coordenados do par de atuadores colineares $(z_a y_a)$ coincidentes aos da esfera $(z_e y_e)$, conforme a Figura 2(a).

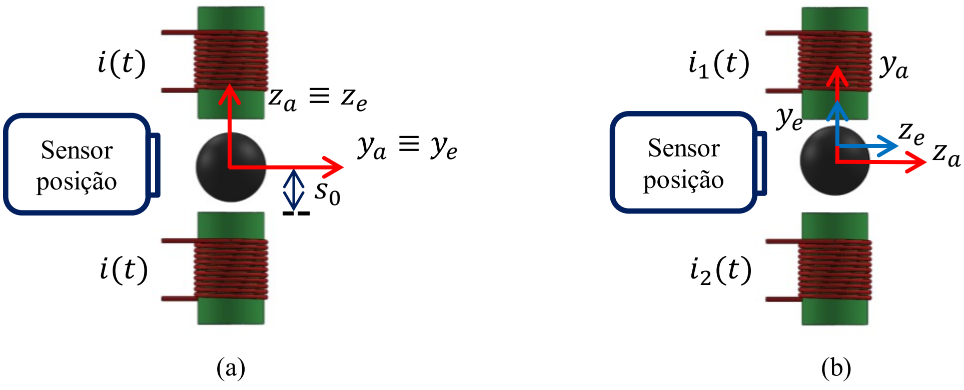


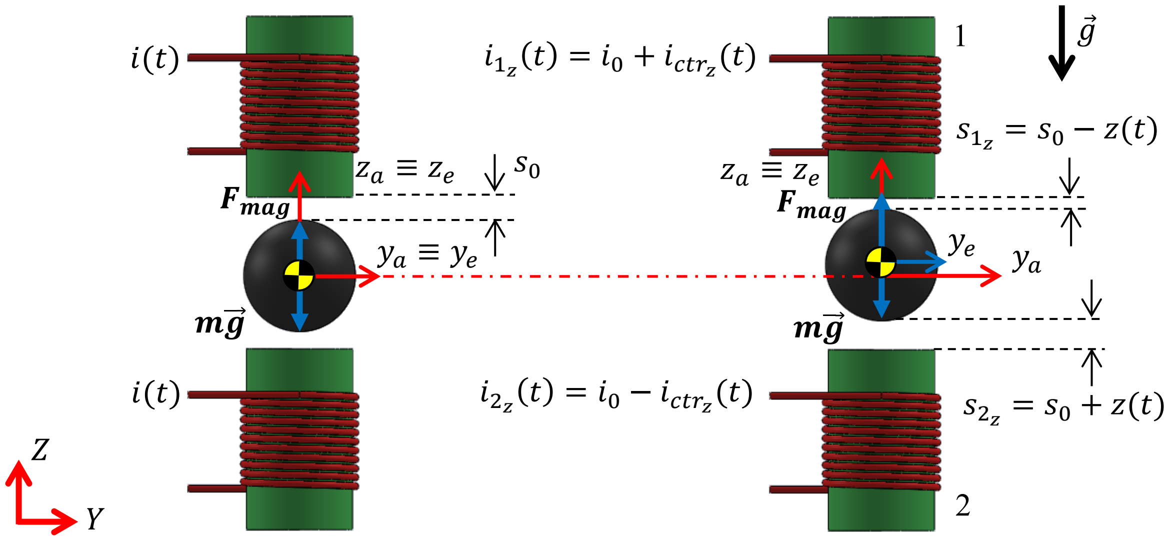
Figura 2: Movimento do corpo no qual os atuadores são montados

Quando os atuadores são sujeitos a movimentos, a esfera é deslocada de sua posição desejada, que é aquela em que seu centro de massa coincide com o centro geométrico do sistema, s_0, e tenderá a se chocar contra os atuadores, conforme é apresentado na Figura 2(b).

Sensores de posicionamento são capazes de medir a distância entre as superfícies da esfera e os atuadores colineares para obter, indiretamente, os erros de posição, que são fornecidos ao controlador. Assim o controlador intervém na corrente elétrica, fazendo com que os atuadores movam a esfera para a posição desejada.

2.2 Modelagem do conjunto de atuadores eletromagnéticos

Na Figura 3 há a representação de um par de atuadores eletromagnéticos colineares e uma esfera metálica.



(a) (b)

Figura 3: Sistema em equilíbrio (a) e perturbação no atuador (b)

A partir dessas observações, tem-se a modelagem deste sistema por meio do equilíbrio de forças que atuam na esfera [14] nas direções dos atuadores xyz:

$$
\begin{aligned}
F_x(t) &= k_f \left[\frac{i_0 + i_{ctr_x}(t)}{s_0 - \{x_e(t) - x_a(t)\}}\right]^2 - k_f \left[\frac{i_0 - i_{ctr_x}(t)}{s_0 + \{x_e(t) - x_a(t)\}}\right]^2 \\
F_y(t) &= k_f \left[\frac{i_0 + i_{ctr_y}(t)}{s_0 - \{y_e(t) - y_a(t)\}}\right]^2 - k_f \left[\frac{i_0 - i_{ctr_y}(t)}{s_0 + \{y_e(t) - y_a(t)\}}\right]^2 \\
F_z(t) &= k_f \left[\frac{i_0 + i_{ctr_z}(t)}{s_0 - \{z_e(t) - z_a(t)\}}\right]^2 - k_f \left[\frac{i_0 - i_{ctr_z}(t)}{s_0 + \{z_e(t) - z_a(t)\}}\right]^2
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Tal que:

k_f: constante de força eletromagnética, $k_f = \frac{1}{4}\mu_0 A_a N^2$;

μ_0: permeabilidade do aço;

A_a: área da seção transversal do atuador eletromagnético projetada sobre a superfície da esfera levitada;

N: quantidade de voltas de fio elétrico enroladas na espira do atuador;

i_0: corrente elétrica *bias*;

$i_{ctr_x}(t)$, $i_{ctr_y}(t)$ e $i_{ctr_z}(t)$: correntes elétricas de controle para os atuadores x, y e z, respectivamente;

$x_e(t)$, $y_e(t)$ e $z_e(t)$: posições da esfera nas direções dos atuadores x, y e z, respectivamente, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores; e

$x_a(t)$, $y_a(t)$ e $z_a(t)$: posições dos atuadores x, y e z nas respectivas direções.

Contudo, adotam-se algumas hipóteses para validação da aplicação da Eq. 1 [1, 2, 10], tais como:

- Não há saturação do material magnético;
- Só há fluxo magnético no conjunto atuador-esfera;
- A magnetização do aço é desprezada; e
- Os materiais eletromagnéticos possuem um comportamento linear durante o funcionamento do atuador.

O material considerado para a esfera é o ferro fundido, que não deve ser submetido a um campo magnético superior ao valor limite, B_{lim}, de $0{,}2\ T$. Dessa forma, assegura-se que o material da esfera não é sujeito à saturação, pois este estará sendo utilizado dentro de sua região linear [1, 2, 10].

A equação simplificada para o cálculo do campo eletromagnético [16] é definido por:

$$B_m(t) = k_{B_m} \frac{i}{s_0} \tag{2}$$

Tal que:

k_B: constante de campo magnético, $k_{B_m} = \frac{1}{2}\mu_0 N$.

Por fim, por meio da Equação 2, é verificado durante as simulações se o atuador está funcionando com $B_m(t)$ inferior ao máximo admissível, B_{lim}, e, desta forma, validando a aplicação da Eq. 1.

2.3 Dinâmica não-linear do conjunto de atuadores eletromagnéticos

As equações de Newton [5, 9], escritas no sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores, para a esfera são dadas, na forma vetorial, por:

$$M[\dot{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{e}} + (\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{a}} \times \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{e}})] = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{mag}} - {}^{a}T^{I}\boldsymbol{P} \tag{3}$$

Tal que:

M: matriz de massa, dada por $M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}$ em que m é a massa da esfera;

$\dot{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{e}}$: vetor composto pelas derivadas das componentes da velocidade do centro de massa da esfera, expresso por $\dot{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{e}} = [\ddot{x}_e(t) \quad \ddot{y}_e(t) \quad \ddot{z}_e(t)]^T$;

$\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{a}}$: vetor velocidade angular do centro geométrico do conjunto de atuadores, a ser definido pela Eq. 6;

$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{e}}$: vetor composto pelas derivadas das componentes da posição do centro de massa da esfera, expresso por $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{e}} = [\dot{x}_e(t) \quad \dot{y}_e(t) \quad \dot{z}_e(t)]^T$

$\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{mag}}$: vetor força eletromagnética resultante no centro de massa da esfera, definido por $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{mag}} = [F_x(t) \quad F_y(t) \quad F_z(t)]^T$;

${}^{a}T^{I}$: matriz de transformação de coordenadas, a ser definida pela Eq. 5;

$\boldsymbol{P}$: vetor força peso, definido por $\boldsymbol{P} = [0 \quad 0 \quad mg]^T$; e

g: modulo da gravidade.

Os termos $x_a(t)$, $y_a(t)$ e $z_a(t)$ da Eq. 1 podem ser obtidos por:

$$\boldsymbol{d}_{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{t}) = {}^{a}T^{I}\boldsymbol{d}_{\boldsymbol{mov}}(\boldsymbol{t}) \tag{4}$$

Tal que:

$\boldsymbol{d}_{\boldsymbol{mov}}(\boldsymbol{t})$: vetor posição prescrita do centro de massa do veículo no referencial Inercial, dado por $\boldsymbol{d}_{\boldsymbol{mov}}(\boldsymbol{t}) = [X_{mov}(t) \quad Y_{mov}(t) \quad Z_{mov}(t)]^T$.

2.4 Descrição do movimento do corpo no qual os atuadores são montados

Define-se um sistema de eixos coordenados xyz no centro de massa do veículo, o qual é paralelo ao sistema de coordenada Inercial XYZ, por hipótese, conforme é apresentado na Figura 4.

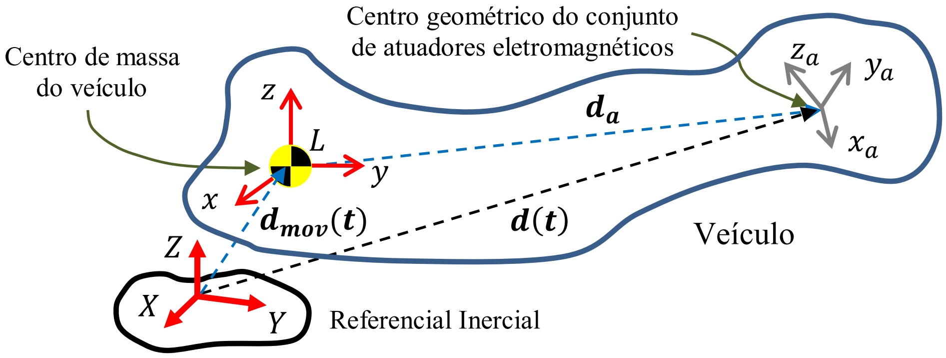


Figura 4: Sistema de coordenadas inseridas em um veículo

O movimento do veículo no espaço é descrito por meio de rotações sucessivas de seu sistema de orientação, definidos pelos ângulos de Euler: inclinação (*pitch*), θ, guinada (*yaw*), β, e rolagem (*roll*), α, [7, 8] conforme a Figura 5.

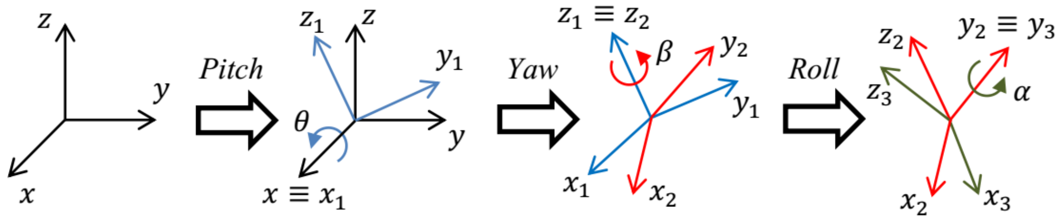


Figura 5: Orientação do veículo

Obtém-se a matriz de rotação, ${}^{a}T^{I}$, que faz a transformação de coordenada do referencial inercial, I, para o local fixo no centro geométrico do conjunto de atuadores, a, [7, 8, 13] dada por:

$$ {}^{a}T^{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta & sen\theta \\ 0 & -sen\theta & cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\beta & sen\beta & 0 \\ -sen\beta & cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\alpha & 0 & -sen\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ sen\alpha & 0 & cos\alpha \end{bmatrix} \quad (5)$$

O vetor velocidade angular do conjunto de atuadores, $\boldsymbol{\omega_a}$, [7, 8] é calculado por:

$$ {}_{I}^{a}\boldsymbol{\omega_a} = \begin{bmatrix} cos(\alpha)\,cos(\beta)\,\dot{\theta} - sen(\alpha)\dot{\beta} \\ \dot{\alpha} - sen(\beta)\,\dot{\theta} \\ cos(\alpha)\,\dot{\beta} + sen(\alpha)\,cos(\beta)\,\dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (6)$$

A posição na qual o sistema de atuadores é montado ao corpo do veículo [13, 16, 17], conforme a Figura 5, é expressa por:

$$ \boldsymbol{d(t)} = \boldsymbol{d_{mov}(t)} + {}^{I}T^{a}\boldsymbol{d_a} \quad (7)$$

Tal que:

$\boldsymbol{d_a}$: vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores no corpo do veículo, definido como $\boldsymbol{d_a} = [x_c \quad y_c \quad z_c]^T$.

3 CONTROLE

3.1 Equação linearizada da força eletromagnética resultante de cada par de atuadores

A linearização do modelo dinâmico dos atuadores xyz, ocorre nas proximidades do ponto de operação i_0 e s_0 [14, 15]. Linearizando, a componente x da força magnética, F_{mag}, por exemplo, obtém-se:

$$f(t) \cong k_s x(t) + k_i i(t) \tag{8}$$

Tal que:

k_s: constante de deslocamento, definida por $k_s = 4k_f i_0^2/s_0^3$; e

k_i: constante de corrente elétrica, dada por $k_i = 4k_f i_0/s_0^2$.

A simplificação é válida [1, 2] se:

- A $i_{ctr}(t)$ é muito menor que i_0; e
- O $x(t)$ permanecer pequeno quando comparado à s_0.

Na Figura 6, é apresentado um diagrama esquemático para o projeto de controle da posição da esfera (ao longo do eixo x_a) [13].

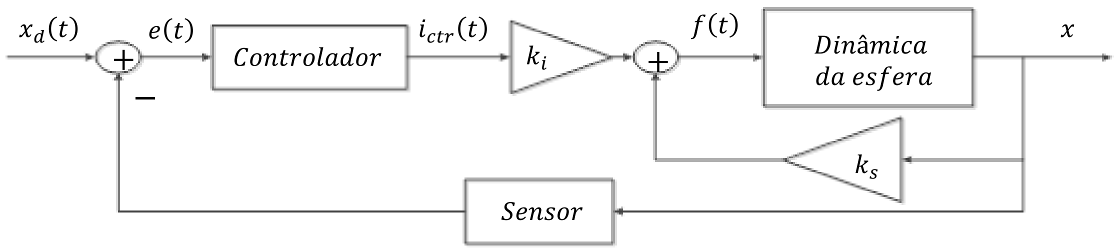


Figura 6: Diagrama esquemático para o controle da posição da esfera

Dá-se um movimento de entrada à esfera definido por $x_d(t)$, que é comparado à posição medida pelo sensor, $x(t)$, gerando um erro, $e(t)$, variável de entrada do controlador.

Em seguida, o controlador interfere, por meio da corrente elétrica de controle $i_{ctr}(t)$, na força resultante deste sistema, $f(t)$, e consequentemente na dinâmica da esfera.

Desta forma, obtêm-se a posição da esfera, $x(t)$, que tende a acompanhar a entrada introduzida ao sistema, $x_d(t)$, ou seja, o erro de posição $e(t)$ é reduzido. Um esquema correspondente é válido para os demais eixos.

3.2 Arquitetura de controle

É abordada a técnica do controlador PID analógico para a obtenção das correntes elétricas de controle $i_{ctr_x}(t)$, $i_{ctr_y}(t)$ e $i_{ctr_z}(t)$ com as seguintes hipóteses:

- Os sinais de entrada para os controladores são dados por:

$$\begin{cases} e_x(t) = x_a(t) - x_e(t) \\ e_y(t) = y_a(t) - y_e(t) \\ e_z(t) = z_a(t) - z_e(t) \end{cases} \tag{9}$$

- Sensor analógico de posição com ruído;
- Não há saturação do campo eletromagnético em cada atuador; e
- Saturação da corrente elétrica é desprezada.

O controlador deve manter os erros de posição próximos à zero para evitar contato entre as superfícies dos atuadores e a esfera levitada.

Por ocasião de movimentos prescritos que envolvam a rotação do veículo, conforme a Figura 7(a), os atuadores passam a girar em torno da esfera levitada mudando seu referencial de xyz para o $x'y'z'$, conforme apresentado na Figura 7(b).

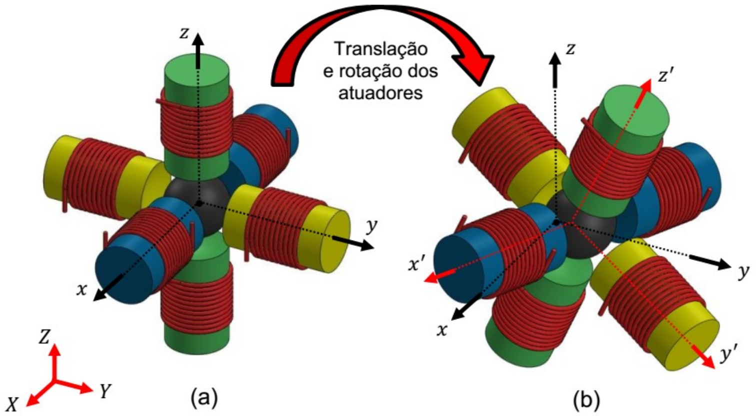


Figura 7: Condição inicial do sistema (a) e translação e rotação dos atuadores (b)

3.3 Controlador PID

Para se atender às especificações de critério de desempenho (esfera levitar entre os atuadores sem que haja contato), é necessário sintonizar o controlador para obter o sinal de controle, $u(t)$, [12, 17]:

$$u(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(t)dt + k_D \frac{de(t)}{dt} \tag{10}$$

Tal que:

$e(t)$: erro do sistema;
k_P: ganho proporcional;
k_I: ganho integral; e
k_D: ganho derivativo.

3.4 Ajuste dos ganhos do controlador

É empregado o método de resposta em frequência proposto por Ziegler-Nichols [12, 17] por ser de maior simplicidade se comparada a outras técnicas de controle.

Por meio de simulações numéricas com um modelo linear das equações de um par de atuadores em movimento com esfera levitada, obteve-se os ganhos do controlador PID: $k_P = 12x10^3$, $k_i = 12{,}7x10^5$ e $k_d = 25{,}63$.

3.5 Sensor de posição

Supõem-se, no modelo, que exista um sensor analógico de posição acoplado a cada par de atuadores capaz de medir a distância entre as superfícies da esfera e do par de atuadores colineares, Figura 12, que permite obter o erro de posição da esfera levitada.

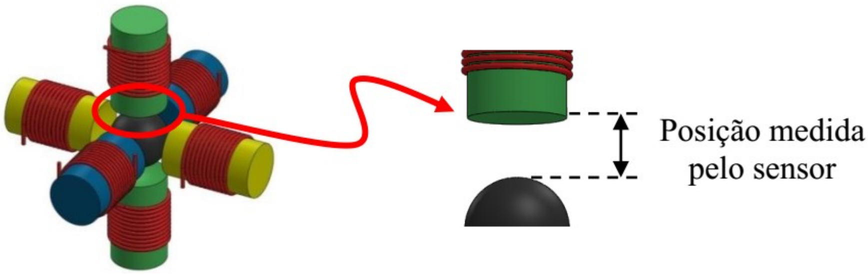


Figura 8: Medição realizada pelo sensor

A fim de tornar o modelo dos atuadores mais fidedigno com a realidade, é adicionado à variável de saída da dinâmica do sistema, um termo correspondente ao erro do sensor [7]:

$$\begin{cases} Erro_x(t) = e_x(t) + \eta(t)_{aleatório} \\ Erro_y(t) = e_y(t) + \eta(t)_{aleatório} \\ Erro_z(t) = e_z(t) + \eta(t)_{aleatório} \end{cases} \tag{11}$$

Tal que:

$Erro_x(t)$, $Erro_y(t)$, e $Erro_z(t)$: sinais de erro medidos pelos sensores nas direções dos atuadores x, y e z, respectivamente; e

$\eta(t)_{aleatório}$: erro aleatório do sensor, que é representado por uma função de distribuição de probabilidade (fdp) uniforme, onde os intervalos da função correspondem à incerteza do sensor, que é informada pelo fabricante ($\pm\eta$).

4 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

4.1 Parâmetros utilizados nas simulações

As simulações são feitas considerando os parâmetros [6] da Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros utilizados para simulação numérica

Variável	Parâmetro	Valor	Unidade
Massa da esfera	m	$1\cdot10^{-3}$	kg
Diâmetro da esfera	d_{esf}	$10\cdot10^{-3}$	m
Permeabilidade elétrica relativa do ar	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$	H/m
Número de espiras da bobina	N	1362	–
Área da seção reta do atuador	A_a	$760\cdot10^{-6}$	m²
Corrente elétrica *bias*	i_0	$202,7\cdot10^{-3}$	A
Condutividade elétrica	σ	$1,07\cdot10^{+7}$	$(\Omega\cdot m)^{-1}$
Posição *bias*	s_0	$3\cdot10^{-3}$	m
Incerteza do sensor de posição	η_{inf}	$-1\cdot10^{-6}$	m
	η_{sup}	$1,00\cdot10^{-6}$	m

4.2 Simulações e resultados

Para implementação computacional, é necessário reorganizar e reduzir a ordem da Eq. 2 [6, 7, 8] e, a seguir, utiliza-se o Método Numérico de Runge-Kutta de 4ª ordem [3] com passo de integração de 0,1 ms para resolvê-la.

Durante as simulações é estabelecido o seguinte critério para aceitação do funcionamento do dispositivo: a esfera permanecer levitando entre os atuadores sem que haja contato, enquanto o veículo realiza movimentos típicos de um VANT (veículo aéreo não tripulado), conforme a Figura 9.

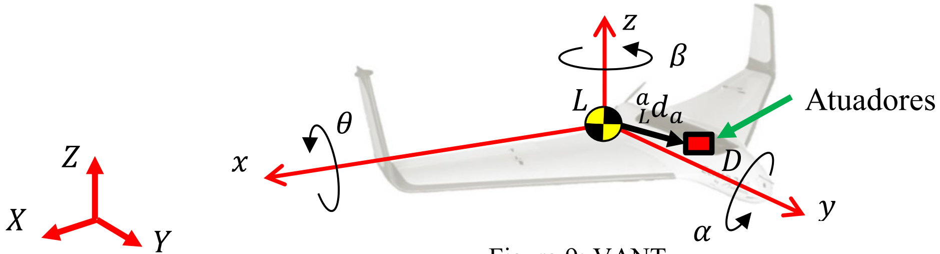


Figura 9: VANT

O vetor posição do centro geométrico dos atuadores e esfera levitada é dado por $\boldsymbol{d_a} = [0{,}05 \quad 0{,}65 \quad 0{,}10]^T$ e se inicia a simulação introduzindo o movimento prescrito do VANT [11]:

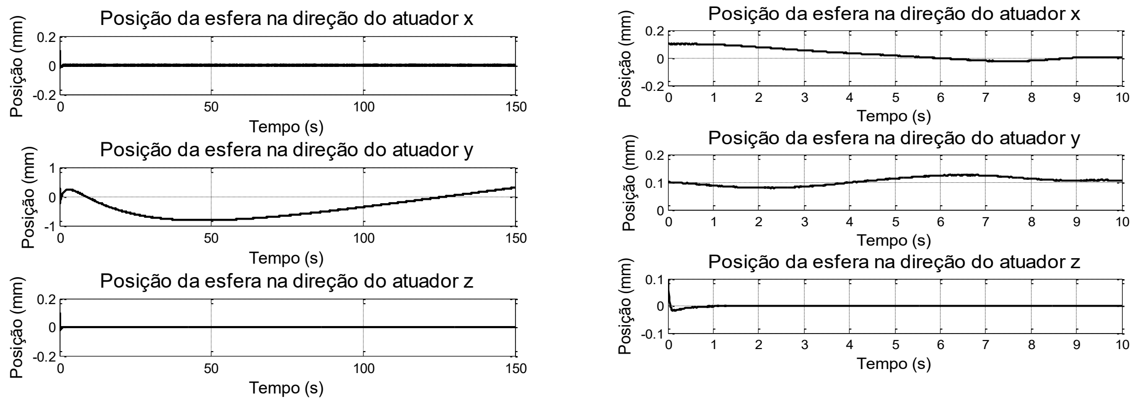
$$\boldsymbol{d_{mov}(t)} = \begin{bmatrix} 5 + 0{,}02sen\left(\frac{\pi}{9}t\right) \\ 20t + 0{,}02sen\left(\frac{\pi}{9}t\right) \\ 3 + 0{,}02sen\left(\frac{\pi}{9}t\right) \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} \theta(t) = \frac{\pi}{60} sen\left(\frac{\pi}{6}t\right) \\ \beta(t) = \frac{\pi}{36} sen\left(\frac{\pi}{7}t\right) \\ \alpha(t) = \frac{7\pi}{180} sen\left(\frac{\pi}{8}t\right) \end{cases} \tag{12}$$

Em seguida será avaliado o desempenho do sistema quando o veículo realiza uma curva, dada por:

$$\boldsymbol{d_{mov}(t)} = \begin{bmatrix} 75 + 65\cos\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 0{,}02\cos\left(\frac{\pi}{9}t\right) \\ 78 + 65\,sen\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 0{,}02sen\left(\frac{\pi}{9}t\right) \\ 3 + 0{,}02sen\left(\frac{\pi}{9}t\right) \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} \theta(t) = \frac{\pi}{60} sen\left(\frac{\pi}{6}t\right) \\ \beta(t) = \pi sen\left(\frac{\pi}{10}t\right) + \frac{\pi}{36} sen\left(\frac{\pi}{7}t\right) \\ \alpha(t) = \frac{7\pi}{180} sen\left(\frac{\pi}{8}t\right) \end{cases} \tag{13}$$

Verifica-se na Figura 10(a) que o erro de posição na direção do atuador y (1,0 mm) é de amplitude maior que os demais, que tendem à proximidade do zero, no entanto todos são significativamente inferiores a s_0 (3 mm), indicando que a esfera não colidirá com as superfícies dos atuadores e nem se aproximará excessivamente das mesmas.

Nota-se na Figura 10(b) que a esfera permanece entre os atuadores sem que haja contato. Em todos os casos, a posição da esfera apresenta o movimento oscilatório amortecido até a proximidade do zero.



(a) (b)

Figura 10: Resultados da simulação para o sistema montado no VANT (a) e quando o VANT descreve uma curva (b), ambos com trepidações

Durante as simulações, o fluxo do campo magnético máximo encontrado é 1,0 mT, portanto, os efeitos de histerese e saturação podem ser considerados desprezíveis e sendo razoável não incluí-los no modelo [1, 2, 6].

5 CONCLUSÕES

O sistema de controle PID analógico mantém a posição entre a esfera e o conjunto de atuadores dentro da folga especificada, para os movimentos considerados para o VANT.

Verifica-se que o campo magnético nos atuadores é muito pequeno, confirmando que os efeitos de histerese e saturação podem ser desprezados na modelagem.

Os resultados apresentados indicam que este sistema é promissor para ser aplicado a um sistema de sensoriamento de posição.

A análise dos movimentos de rotação da esfera não foram abordados neste artigo, pois serão propostos para trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

[1] F. Barrot. *Acceleration and Inclination Sensors Based on Magnetic Levitation. Application in the Particular Case of Structural Health Monitoring in Civil Engineering.* Tese de Doutorado, Laboratoire de Systèmes Robotiques 1: Section de Microtechnique, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 2008.

[2] A. R. Boletis. *High speed micromotor on a three-axis active magnetic bearing*. Tese de Doutorado, Laboratoire de Systèmes Robotiques 1: Section de Microtechnique, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 2005.

[3] J. P. P. Dieguez. *Métodos de Cálculo Numérico*. Rio de Janeiro: IME, 2005.

[4] École Polytechnique Federale De Lausanne, A. R. Boletis, F. Barrot e R. Moser. *Three axis active magnetic levitation for inertial sensing systems*. US Pat. 7.252.001 B2, 7 ago 2007.

[5] D. T. Greenwood. *Principles of dynamics*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1965.

[6] M. Gruzman e I. F. Santos. Vibration control of a flexible structure with electromagnetic actuators. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 38(4):1131–1142, 2016.

[7] M. Gruzman. *Sistema de acompanhamento de alvos montado em um corpo em movimento*. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2011.

[8] M. Gruzman. *Simulação de giroscópico de suspensão cardânica com dois graus de liberdade*. Dissertação de mestrado, Seção de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil, 2003.

[9] E. J. Haug. *Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems*. Massachusetts: Allyn and Bacon Series of engineering, 1989.

[10] F. Lösch. *Identification and automated controller design for active magnetic bearing systems*. Tese de doutorado, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland, 2002.

[11] M. A. Lee. *A system engineering approach for unmanned aerial vehicle system development with autonomous and ground tracking capability.* Tese de doutorado, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, 2007.

[12] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. São Paulo: Prentice Hall, 5ª edição, 2011.

[13] I. F. Santos. *Dinâmica de sistemas mecânicos: modelagem – simulação – visualização - verificação*. São Paulo: Makron books Ltda., 2001.

[14] G. Schweitzer, E. Maslen, H. Bleuler, M. Cole, P. Keogh, R. Larsonneur, R. Nordmann, Y. Okada e A. Traxler. *Magnetic Bearings: Theory, Design and Application to Rotating Machinery*. New York: Springer, 2009.

[15] R. M. Stephan, F. A. N. C. Pinto, A. C. D. N Gomes, J. A. Santisteban e A. O. Salazar. *Mancais Magnéticos: Mecatrônica sem atrito*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda., 2013.

[16] R. A. Tenenbaum. *Fundamentals of Applied Dynamics.* New York: Springer, 2004.

[17] A. Visioli. *Practical PID Control*. New York: Springer, 2006.